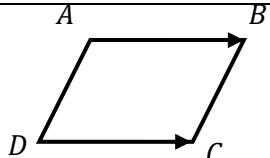
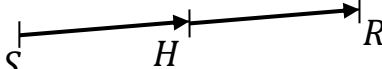
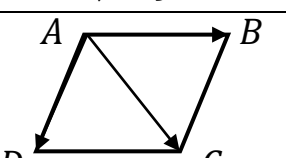


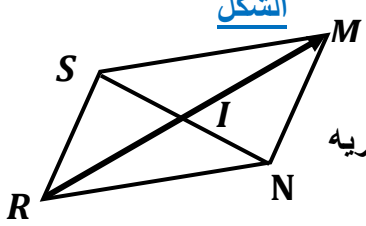
1. إنشاء نقطة صورة نقطة بانسحاب (أكتفى بذكر حالتين من ثلاث هما الأهم)

الإنشاء	المقصود حسب تعريف الانسحاب	المطلوب
	الرباعي ABCD متوازي أضلاع.	نعتبر A و B و D ثلاث نقاط متميزة وليست في استقامة. القول أن C صورة النقطة D بالانسحاب الذي يحول A إلى B (أي أنشئ C حيث $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$)
	يعني أن H منتصف [SR]	نعتبر S و H نقطتان متميزتان أنشئ R حيث $\overrightarrow{SH} = \overrightarrow{HR}$

2. إنشاء نقطة صورة نقطة بانسحاب باستعمال قاعدة متوازي أضلاع (مجموع شعاعين لهما نفس المبدأ)

الإنشاء	المقصود حسب قاعدة متوازي أضلاع	المطلوب
	الرباعي ABCD متوازي أضلاع.	نعتبر A و B و D ثلاث نقاط متميزة ليست في استقامة. أنشئ C حيث $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

3. إثبات ما تساويه مجاميع شعاعية علاقة شال (مجموع شعاعين نهاية الأول هي بداية الثاني)

الاثبات دون وجود شكل هندسي مُنجز	المطلوب
لدينا $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (حسب علاقة شال) (1) و $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AN}$ (حسب علاقة شال) (2) من (1) و (2) نستنتج أنه بالفعل $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AN}$	المثال أثبت أن $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AN}$
الاثبات بوجود شكل هندسي مُنجز (نوظف علاقة شال و قاعدة متوازي أضلاع وخواص متوازي أضلاع ومنتصف قطعة مُستقيم) أنشئ $\overrightarrow{RI} - \overrightarrow{SI} + \overrightarrow{RI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{RM}$ نعلم أن $\overrightarrow{RI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{RN}$ (حسب علاقة شال) (1) و أن $-\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{IS}$ و $\overrightarrow{RI} + \overrightarrow{IS} = \overrightarrow{RS}$ (2) من (1) و (2) ينتج $\overrightarrow{RN} + \overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RM}$ (حسب قاعدة متوازي أضلاع)	الشكل  الرباعي SMNR متوازي أضلاع نقطة تقاطع قطريه I

4. حساب مركبتى شعاعين

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقطتان A و B

حيث $A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$. فمركبتى الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ ونكتب $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

مثال ثان (أوظف حساب مركبتى شعاع في إثبات أن رباعي هو متوازي أضلاع)	مثال أول (حساب مباشر بحساب المركبتين)
نعتبر النقط $A(-2; 2)$ و $B(2; 3)$ و $C(2; -1)$ و $D(-2; -2)$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. هل الرباعي ABCD متوازي أضلاع؟ لدينا $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ 3 - 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ -1 - (-2) \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ إذن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ومنه الرباعي ABCD متوازي أضلاع.	نعتبر النقطتين $(5; -6)$ و $B(-1; 2)$ من مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس. احسب مركبتى الشعاع $\overrightarrow{AB}$. بعد أن نكتب القانون الذي حفظناه، لابد أن نقوم بهذا العمل على النقطتين $A(5; -6)$ و $B(-1; 2)$ لدينا $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ وبالتعويض $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 - 5 \\ 2 - (-6) \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$

5. حساب المسافة بين نقطتين في معلم للمستوي الأستاذ هلال خالد BEM2025

المسافة بين نقطتين A و B في معلم للمستوي م.م.م. نحسب بهذا القانون $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

مثال ثانٍ (توظيفه مثلاً لمعرفة أن مثلث هو متساوي الساقين)

نعتبر هذه النقط (2; -1) A و (-2; 3) B و (-4; -3) C.
 (0; 1, J) معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

(2) احسب AC واستنتج نوع ABC علماً أن $BC = 2\sqrt{10}$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \text{ لدينا}$$

ولدينا $A(2; -1)$ و $C(-4; -3)$

$x_A \quad y_A$ و $x_B \quad y_B$

$$AC = \sqrt{(-4 - 2)^2 + (-3 - (-1))^2} \text{ وبالتعويض}$$

$$AC = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40}$$

إذن نوع المثلث ABC مثلث متساوي الساقين لأن:

$$AC = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10} = BC$$

مثال أول (حساب مباشر)

نعتبر A(5; -6) و B(-1; 2) نقطتان من م.م.م. احسب المسافة بين النقطتين A و B

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \text{ لدينا}$$

ولدينا $A(5; -6)$ و $B(-1; 2)$

$x_A \quad y_A$ و $x_B \quad y_B$

وبالتعويض

$$AB = \sqrt{(-1 - 5)^2 + (2 - (-6))^2}$$

$$AB = \sqrt{(-6)^2 + (8)^2} \text{ إذن}$$

$$= \sqrt{36 + 64} = 10$$

6. حساب إحداثيتي منتصف قطعة مُستقيم نعتبر نقطتان C و D من معلم متعامد ومتجانس للمستوي حيث $C(x_C; y_C)$

و $D(x_D; y_D)$ ، القول أن M منتصف [DC] فإحداثياها هما: $M(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2})$.

مثال ثانٍ (حساب إحداثيتي مركز تناظر رباعي أو مركز دائرة مُحيطية بمثلث قائم)

نعتبر النقط A(-2; 2) و B(2; 3) و C(2; -1) و D(-2; -2) في المُستوي المنسوب إلى م.م.م. احسب إحداثيتي N مركز تناظر متوازي الأضلاع ABCD. لدينا N مركز تناظر متوازي الأضلاع ABCD، إذن N منتصف قطراه [AC] و [BD] (قطرا متوازي أضلاع متناصفان).

$$\text{لدينا } N(\frac{x_C + x_A}{2}; \frac{y_C + y_A}{2}) \text{ ولدينا } C(2; -1) \text{ و } A(-2; 2)$$

$x_A \quad y_A$ و $x_C \quad y_C$

$$\text{وبالتعويض } N(\frac{-2+2}{2}; \frac{2+(-1)}{2}) \text{، إذن } N(2; -2)$$

مثال أول (حساب مباشر لأن قطعة المُستقيم المُراد حساب منتصفها معروفة)

نعتبر C و D نقطتان من مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس، حيث C(5; -6) و D(-1; 2)

احسب إحداثيتي النقطة M منتصف [DC]

$$\text{لدينا } M(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2})$$

$$\text{ولدينا } C(5; -6) \text{ و } D(-1; 2)$$

$x_C \quad y_C$ و $x_D \quad y_D$

$$\text{وبالتعويض } M(\frac{5+(-1)}{2}; \frac{(-6)+2}{2}) \text{ إذن } M(2; -2)$$

7. تساوي شعاعان

☺ نعتبر الشعاعان $\vec{U}$ و $\vec{V}$ حيث أن $(x; y)$ و $(x'; y')$ مركبتاهما على الترتيب أي $\vec{U}(\frac{x}{y})$ و $\vec{V}(\frac{x'}{y'})$

✓ فالقول أنهما متساويان $\vec{U} = \vec{V}$ يعني أن $x = x'$ و $y = y'$ (أي أن مركبتاهما متساويتان).

مثال ثانٍ (توظيف تساوي شعاعين في حساب إحداثيتي نقطة)

(0; 1, J) م.م.م. للمستوي.

نعتبر هذه النقط A(1; -3), B(-5; 2), D(-2; 1)

احسب إحداثيتي C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$.

إذن الرباعي ABCD متوازي أضلاع، إذن: $\vec{AB} = \vec{DC}$

$$\vec{AB}(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}) = \vec{AB}(\frac{-5-1}{2-(-3)}) = \vec{AB}(\frac{-6}{5}) \text{ لدينا}$$

$$\vec{DC}(\frac{x_C - x_D}{y_C - y_D}) = \vec{DC}(\frac{x_C - (-2)}{y_C - 1}) = \vec{DC}(\frac{x_C + 2}{y_C - 1}) \text{ و}$$

$$\text{إذن نحل المُعادلتين } x_C + 2 = -6 \text{ و } y_C - 1 = 5$$

$$\text{فنجد } x_C = -8 \text{ و } y_C = 6$$

مثال أول (حساب مباشر)

نعتبر النقط A(-2; 2) و B(2; 3) و C(2; -1) و D(-2; -2) في المُستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

هل الرباعي الشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{DC}$ متساويان؟

$$\vec{AB}(\frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}) = \vec{AB}(\frac{2-(-2)}{3-2}) = \vec{AB}(\frac{4}{1}) \text{ لدينا}$$

$$\vec{DC}(\frac{x_C - x_D}{y_C - y_D}) = \vec{DC}(\frac{2-(-2)}{-1-(-2)}) = \vec{DC}(\frac{4}{1}) \text{ و}$$

$$\text{إذن } \vec{AB} = \vec{DC} \text{ (أي أن الشعاعان متساويان)}$$

• على انستغرام: Prof_khaled_mathpro

• على فايسبوك: الرياضيات مع الأستاذ هلال خالد

7. حساب إحداثيتي إحدى طرفي قطعة مستقيم علم منتصفها الأستاذ هلال خالد BEM2025

ولدينا $A(0; -3)$ و $I(-1; 2)$ و x_I, y_I و x_A, y_A و x_B, y_B و $1 = \frac{0+x_B}{2}$; $2 = \frac{-3+y_B}{2}$ وبعد حل المعادلتين نجد: $x_B = -2$ و $y_B = 7$ إذن $B(-2; 7)$	نعتبر A و I نقطتان من مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس، حيث $A(0; -3)$ و I منتصف $[AB]$ بحيث $I(-1; 2)$. احسب إحداثيتي النقطة B . لدينا $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$; $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$
--	--

8. إثبات انتماء نقطة لدائرة مُحيطَة بمثلث قائم

نحسب المسافة بين هذه النقطة ومركز الدائرة المُحيطَة بهذا المثلث فإذا كانت تساوي طول نصف قطر هذه الدائرة فإن هذه النقطة تنتمي بالفعل إلى هذه الدائرة.

9. متوازي الأضلاع

1. ضلعين منه متقابلان متقايسان حاملهما متوازيان. مثلا: $AB = DC$ و $(AB) // (DC)$ التعبير الشعاعي ✓ حسب تعريف الانسحاب C صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ أي $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ بحيث A ، B و D متمايزة ليست في استقامية ✓ حسب قاعدة متوازي أضلاع C نقطة بحيث $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ بحيث A ، B و D متمايزة ليست في استقامية	يكون رباعي ABCD متوازي أضلاع إذا تحققت على الأقل واحدة من الستة (6) المقابلة
2. قطراه متناصفان ($[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف نسميه مثلا O). التعبير الشعاعي $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$ و $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$ بحيث A ، B ، C و D و O متمايزة ليست في استقامية	
3. زاويتان متتاليتان منه متكاملتان. مثلا: $\widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ$.	
4. زاويتان مُتقابلتان مُتقايسان. مثلا: $\widehat{A} = \widehat{C}$.	
5. كل ضلعان متقابلان حاملهما متوازيان. أي: $(AB) // (DC)$ و $(AD) // (BC)$.	
6. كل ضلعان متقابلان متقايسان. أي: $AB = DC$ و $AD = BC$.	

10. متوازيات الأضلاع الخاصة

مُسْتطِيل	ضلعان مُتتاليان منه حاملهما مُتعامدان. مثلا: $(AB) \perp (BC)$. أو قُطراه مُتقايسان أي $AC = BD$
مُعِين	ضلعان مُتتاليان منه متقايسان. مثلا: $AB = BC$ أو قُطراه مُتعامدان أي $(AC) \perp (BD)$.
مُرَبَّع	ضلعان مُتتاليان منه متقايسان حاملهما مُتعامدان. مثلا: $AB = BC$ و $(AB) \perp (BC)$. أو قُطراه مُتقايسان مُتعامدان أي $AC = BD$ و $(AC) \perp (BD)$

متوازي أضلاع
ABCD

دعواتكم للوالد بالرحمة والمغفرة	زكاة العلم نشره
---------------------------------	-----------------

• على فايسبوك: الرياضيات مع الأستاذ هلال خالد

• على انستغرام: Prof_khaled_mathpro

ترجو النجاة من لم تسلك طريققتها إن السفينة لا تجري على اليبس