

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول : (3.5 ن)

الفضاء مزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

لتكن النقط $A(1; -1; 1)$ ، $B(1; -3; 0)$ و $C(0; 1; 3)$ والمستوي (P) ذو المعادلة الديكارتيّة : $2x + 2y - z - 4 = 0$

1- أ. بين ان النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC) .

ب. تحقق ان الشعاع $\vec{n}(2; -1; 2)$ ناظمي على المستوي (ABC) ثم لكتب معادلة ديكارتية له.

2- بين ان المستويين (P) و (ABC) متعامدين.

3- أ. احسب المسافة بين النقطّة $D(1; 2; -1)$ وكل من المستويين (P) و (ABC) .

ب. استنتج المسافة بين النقطّة D والمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

4- عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) . ثم عين احداثيات النقطّة M من (Δ) حتى تكون المسافة DM اصغرها يمكن.

التمرين الثاني : (4.5 ن)

I / نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(\bullet) z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = 0 \dots\dots\dots$

1- تحقق ان العدد المركب $z_1 = i$ حل للمعادلة $(\bullet)$.

2- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث :

من اجل كل عدد مركب z : $z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i = (z-i)(z^2 + az + b)$

3- استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة $(\bullet)$. نرمز للحلين الآخرين بـ z_2 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و z_3 الحل الآخر

4- اكتب العدد المركب $z_2 - i$ على الشكل الاسي. ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى $(z_2 - i)^n$ تخيليا صرفا.

II / المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب i ، $2+3i$ و $2-3i$

1- عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $Arg(z - i) = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ / $k \in \mathbb{Z}$

2- عين لاحقة النقطّة A' صورة النقطّة A بالدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3- بين ان النقط A' ، B و C في استقامية وعين العبارة المركبة للتحاكي الذي مركزه B ويحول C الى A'

التمرين الثالث : (4 ن)

(u_n) متتالية موجبة معرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل : $u_0 = 2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$

1- أ. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2u_n}$

2- أ. بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$

ب. بين ان المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$

ج. استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها.

$$3- \text{ نضع من اجل كل عدد طبيعي } n : v_n = \frac{2(u_n - 1)}{2u_n - 1}$$

- أ. بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الاول v_0 واساسها q .
- ب. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- ج. تحقق من نتيجة السؤال (1- ج).
- د- احسب المجموع $S : S = u_0(v_0 - 1) + u_1(v_1 - 1) + \dots + u_n(v_n - 1)$

التمرين الرابع : (8 ن)

$$g / I \quad g \text{ دالة عددية معرفة على } \mathbb{R} - \{1\} \text{ بالشكل : } g(x) = x^2 - 2x + \ln|x - 1|$$

- 1- ادرس تغيرات الدالة g واحسب $g(0)$ و $g(2)$
- 2- استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم x .
- $f / II \quad f$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل :
- $f(x) = x - 2 - \frac{\ln|x - 1|}{x - 1}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو مزود بمعتم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- 1- بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فان : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x - 1)^2}$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .
- 2- بين ان المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مائل (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما.
- 3- ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- 4- بين ان المنحني (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما.
- 5- بين ان النقطة $w(1; -1)$ مركز تناظر للمنحني (C) .
- 6- بين ان المنحني (C) يقبل نقطتي انعطاف يصلب تعيينهما.
- 7- انشئ كل من المماسين (T) و (T') والمنحني (C) .
- 8- ناقش بيانيا حسب فيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$.
- 9- λ عدد حقيقي سالب غير معدوم. احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = \lambda$ ؛ $x = 0$ و $y = x - 2$. ثم عين قيمة λ حتى يكون $A(\lambda) = 2$.
- 10- h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x) = x - \frac{\ln|x|}{x}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
- بين ان (C_h) هو صورة (C) بانسحاب يطلب تعيينه.

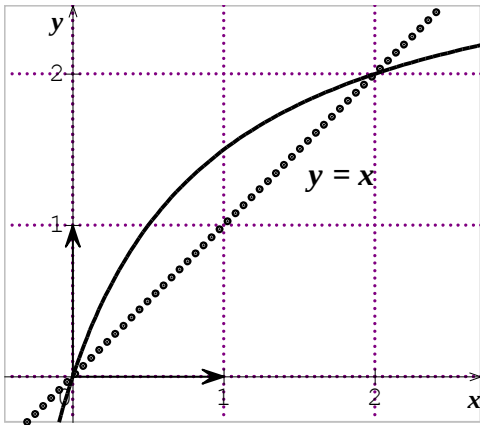
الفضاء منسوب الى معلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. النقط $A(-2, 0, 1)$ ، $B(1, 2, -1)$ و $C(-2, 2, 2)$ والمستوي (P') ذو المعادلة الديكارتية $4y + 2z - 7 = 0$.

1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج القيمة المدورة الى الوحدة بالدرجات للزاوية $\hat{BAC}$.
2. استنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية وان $2x - y + 2z + 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. أ. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المستوي المحوري للقطعة $[AB]$
ب. بين أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.
4. أ. بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة ω يطلب تعيين احداثياتها.
ب. استنتج أن ω هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
5. نعتبر النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\{(A, \alpha^2 - 1); (B, \alpha^2 + 2); (C, -2\alpha^2)\}$ حيث α وسيط حقيقي.
عين بدلالة α احداثيات G_α واستنتج مجموعة النقط G_α عندما تتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : (5.5 ن) (الجزءان I و II مستقلان عن بعضهما)

I / نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $U_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{3U_n}{U_n + 1}$.

f دالة عددية معرفة على $]-1, +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{3x}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل المقابل .



1. أ- مثل على الشكل المقابل وعلى محور الفواصل U_0, U_1, U_2, U_3 مبرزا خطوط الرسم.
ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

2. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < 2$.
ب- أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما ؟ وبين أنها متقاربة واحسب نهايتها ؟

- 3- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 1 - \frac{2}{U_n}$

أ- أثبت أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة U_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

ج- أحسب بدلالة n المجموع $S = V_0 + V_2 + V_4 + \dots + V_{2n}$.

II / نرمي قطعة نقدية متوازنة ثلاث مرات متعاقبة

نقترح اللعبة التالية يربح اللاعب ثلاثة دنائير اذا ظهر الوجه و يخسر دينارا واحدا اذا ظهر الظهر.

أ- عين مجموعة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية.

ب- عين قيم المتغير العشوائي X وعين قانون الاحتمال لهذا المتغير العشوائي.

ج- احسب احتمال ان يربح اللاعب 5 دنائير

التمرين الثالث : (3.5 ن)

المستوي مزود بمعلم متعامد متجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$. النقط A ، B و C لاحقاتها على الترتيب : $Z_A = -1$ ، $Z_B = 1 + 2i$ و $Z_C = 1 - 2i$.

1. علم النقط A ، B و C .

2. عين طوليلة وعمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC .

3. S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z' = e^{-i\frac{\pi}{2}}Z - 1 - i$.
 عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة ثم بين أن النقطة C هي صورة النقطة B بالتحويل S .
4. لتكن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث M تختلف عن B وتختلف عن C بحيث يكون $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ تخيليا صرفا .
 أ. بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (Γ) .
 ب. فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z}{Z_B - Z}$ ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) وعناصرها المميزة .

التمرين الرابع: (7 ن)

- I / g هي الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.
- أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
 - استنتج حسب قيم x من $\mathbb{R}$ فإن : $g(x) > 0$.
- II / f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$
- أحسب نهايتي f عند اطراف مجال التعريف .
 - أبين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$.
 - أبين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $-\infty$.
 - أدرس الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .
 - أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
 - بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها $-\frac{1}{2}$.
 - أنشئ المنحني (C_f) والمستقيمان (Δ) و (T) .
 - h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = (2|x| - 1)e^{2|x|} + |x| + 1$ و (C_h) تمثيلها البياني .
 بين أن h زوجية و اشرح كيف يتم انشاء المنحني (C_h) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه في نفس المعلم .
 - باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$.
 - احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها $x = 0$ ، $y = 0$ و $x = \frac{1}{2}$

من اعداد : محلب ---- مخلوفي