

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث:

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$$

- (1) أحسب $P(-2)$ ، ماذا تستنتج ؟ .
- (2) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x + 2)(ax^2 + bx + c)$.
- (3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $P(x) = 0$.
- (4) أدرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $P(x)$ ثم استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$.
- (5) استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة : $P(\sqrt{x}) = 0$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + 4x + 1$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x + a)^2 + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما .

* نضع في مايلي : $a = 2$ و $b = -3$

2/ فكك الدالة f الى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما .

3/ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجالين $[-\infty; -2]$ و $[-2; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

4/ بيّن أن المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ محور تناظر للمنحنى (C_f) .

5/ اشرح كيف يمكن انشاء (C_f) انطلاقا من (C) التمثيل البياني للدالة مربع ثم أنشئه .

6/ لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(-|x|)$ ، (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

(أ) بيّن أن g دالة زوجية ثم اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

(ب) اشرح طريقة انشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه .

التصحيح النعوت جيب للقرض الأول الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: علوم تجريبية

التعريف الثاني

$$P(x) = 2x^3 - x^2 - 13x - 6$$

1/ حساب $P(-2)$:

$$\begin{aligned} P(-2) &= 2(-2)^3 - (-2)^2 - 13(-2) - 6 \\ &= -16 - 4 + 26 - 6 \\ &= 0 \end{aligned}$$

وهو نستنتج أن (-2) هو جذر $P(x)$

2/ نعين الأعداد الحقيقية a, b, c :

بإستعمال طريقة القسمة الإقليدية:

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - x^2 - 13x - 6 & x + 2 \\ \underline{2x^3 + 4x^2} & \\ -5x^2 - 13x - 6 & \\ \underline{-5x^2 - 10x} & \\ -3x - 6 & \\ \underline{-3x - 6} & \\ 0 & \end{array}$$

$$\text{وهو } c = -3 / b = -5 / a = 2$$

$$P(x) = (x+2)(2x^2 - 5x - 3)$$

3/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$

$$\begin{aligned} P(x) &= 0 \\ (x+2)(2x^2 - 5x - 3) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ 2x^2 - 5x - 3 = 0 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} x+2=0 \\ 2x^2 - 5x - 3=0 \end{cases}$$

الأسئلة: / يولغيبي عبد السراق

$$\text{حل المعادلة: } 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 25 - 4(2)(-3) \\ &= 25 + 24 = 49 \end{aligned}$$

وهو للمعادلة حلان

$$x_1 = \frac{5 - 7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5 + 7}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

وهو طول المعادلة $P(x) = 0$ هي:

$$S = \left\{ -2, -\frac{1}{2}, 3 \right\}$$

4/ دراسة إشارة $P(x)$:

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
$x+2$		-	+	+	+
$2x^2 - 5x - 3$		+	+	-	+
$P(x)$		-	+	-	+

حلول المتراجحة $P(x) < 0$ هي:

$$S =]-\infty; -2] \cup \left[-\frac{1}{2}; 3\right[$$

2/ استنتاج حلول المعادلة: $P(\sqrt{x}) = 0$

لأننا مما سبق حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي:

$$x = 3 / x = -\frac{1}{2} / x = -2$$

$$\text{وهو } \sqrt{x} = -2 \text{ (مرفوض) } (\sqrt{x} \geq 0)$$

$$\sqrt{x} = -\frac{1}{2} \text{ (مرفوض)}$$

$$\sqrt{x} = 3 \text{ وهو } \sqrt{x} = 3^2 \text{ أي } x = 9$$

وعليه حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$ هي:

$$S = \{9\}$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

1/ إثبات أن f دالة حقيقية على $\mathbb{R}$

$$f(x) = (x+a)^2 + b$$

لدينا =

$$(x+a)^2 + b = x^2 + a^2 + 2ax + b = x^2 + 2ax + a^2 + b$$

$$\begin{cases} 2a = 4 \\ a^2 + b = 1 \end{cases} \quad \text{بالمطابقة نجد:}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \quad \text{أي}$$

2/ تفكيك الدالة f :

$$f(x) = (x+2)^2 - 3$$

$$f = V \circ U$$

$$U: x \mapsto x+2 \quad \text{حيث:}$$

$$V: x \mapsto x^2 - 3$$

3/ استنتاج اتجاه تغير الدالة f :

أ) على المجال $]-2; +\infty[$:

لدينا الدالة u متزايدة تمامًا على المجال $]-2; +\infty[$ وهذه أجل كل عدد حقيقي x

في المجال $]-2; +\infty[$ لدينا $x > -2$

$$u(x) < 0 \quad \text{أي} \quad x+2 < 0$$

$$u(x) \in]-\infty; 0]$$

الدالة V متناقصة تمامًا على المجال $]-\infty; 0]$.

وعليه حسب نظرية ومبرهنة مركب الدالة فإن الدالة f متناقصة تمامًا على المجال $]-2; +\infty[$.

على المجال $]-2; +\infty[$.

ب) على المجال $]-\infty; -2]$:

الدالة u متزايدة تمامًا على المجال $]-\infty; -2]$

وهذه أجل كل x في المجال $]-\infty; -2]$

$$x < -2$$

$$x+2 < 0$$

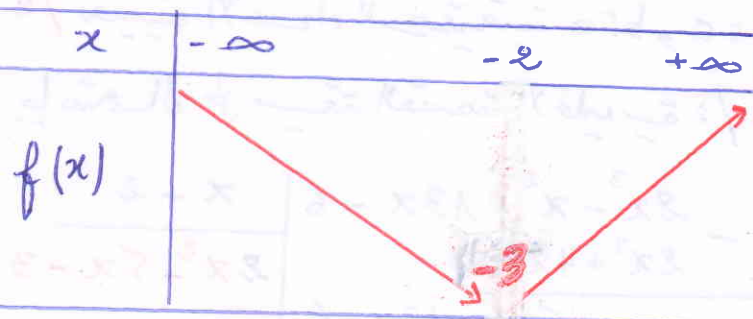
$$u(x) < 0 \quad \text{أي}$$

$$u(x) \in]-\infty; 0]$$

الدالة V متزايدة تمامًا على المجال $]-\infty; 0]$

وعليه الدالة f متزايدة تمامًا على المجال $]-\infty; -2]$

مجدول تغيرات الدالة f :



4/ إثبات أن المستقيم والمحاذاة $x = -2$

محور تناظر لـ (C_f)

لدينا $x \in D_f$ معناه $x \in \mathbb{R}$ وهذه $x \in \mathbb{R}$

$$f(-x) \in \mathbb{R}$$

وهذه أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا =

$$f(-x) = (-x+2)^2 - 3$$

$$= (-2-x)^2 - 3$$

$$= 4 + x^2 + 4x - 3$$

$$= x^2 + 4x + 1$$

$$= f(x)$$

وعليه المستقيم والمحاذاة $x = -2$

هو محور تناظر لـ (C_f)

(5) شرح كيفية إنشاء (C_f) :

$$f(x) = (x+2)^2 - 3$$

$$= K(x+2) - 3$$

$$K: x \mapsto x^2$$

وعليه (C_f) هو صورة (C) منحنى الدالة مربع بالانزياح الذي شعاعه $\vec{V} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

(6) والدالة المعروفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = f(-|x|)$$

(أ) إثبات أن g دالة زوجية :

لنأخذ أي x من $\mathbb{R}$ $x \in \mathbb{R}$ $(-x) \in \mathbb{R}$

وعليه D_g متناظر بالنسبة للصفر

ولنأخذ أي x من $\mathbb{R}$ $x \in \mathbb{R}$

$$g(-x) = f(-|-x|) = f(-|x|) = f(x)$$

وعليه g دالة زوجية .

$$g(x) = f(-|x|) = \begin{cases} f(x) & : x \leq 0 \\ f(-x) & : x \geq 0 \end{cases}$$

(ب) شرح لمبركة إنشاء (C_g) :

(C_g) منطوية على (C_f) لما $x \leq 0$

(C_g) منطوية (C_f) بالنسبة لمحور التناظر لما $x \geq 0$

ولما أن g دالة زوجية فإن (C_g)

متناظر بالنسبة لمحور التناظر

