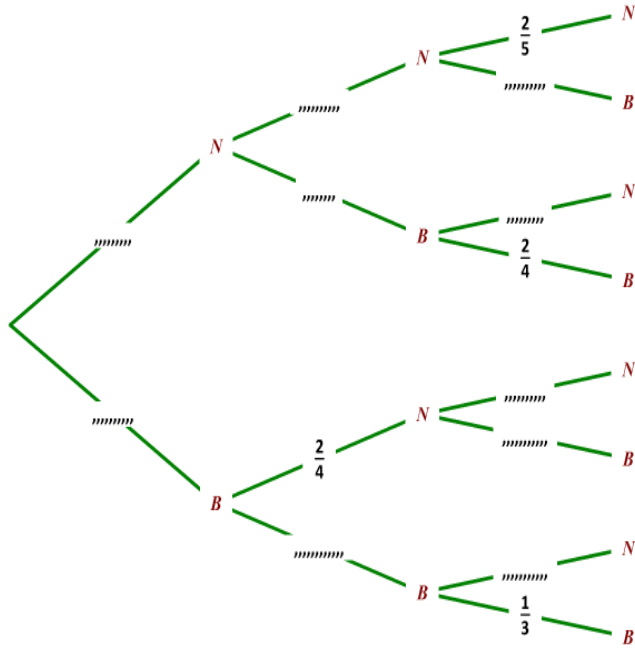


التمرين الأول (6 نقط)

يحتوي كيس على 5 كرات مماثلة لا نفرق بينها باللمس، 3 منها بيضاء و على كرتين سوداوين .

نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا كرة واحدة من هذا الكيس وإذا كانت سوداء نعيدها إلى الكيس وإذا كانت بيضاء لانعيدها للكيس. نقوم بهذه التجربة ثلاث مرات

(1) أنقل ثم أكمل الشجرة المثقلة

(2) أحسب إحتمال الحادثتين التاليتين :

A " سحب ثلاث كرات من نفس اللون " .

B " من بين ثلاث كرات كرتين بالضبط لونهما أبيض " .

(3) ما إحتمال الحادثة C حيث

C " الحصول على كرتين بالضبط لونهما أبيض علما أن الكرة الأولى المسحوبة بيضاء " .

(4) نسمي X المتغير العشوائي الذي يساوي

عدد الكرات البيضاء المحصل عليها

(1) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ،

أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

(2) أحسب إحتمال الحادثة D " $e^X > 3$ " .

التمرين الثاني (6 نقط)

(1) نعرف متتالية عددية (u_n) بـ : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$

(أ) أحسب الحدود : u_1 ، u_2 و u_3 (ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$.

(ج) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ثم إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) لتكن المتتالية العددية (v_n) حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - n$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يطلب حساب حدها الأول .

(ب) أحسب v_n بدلالة n و u_n بدلالة n ثم $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) نضع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$ و $T_n = \frac{S_n}{n^2}$ أحسب بدلالة n المجموع S_n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$.

التمرين الثالث (8 نقط)

من أجل كل عدد مركب $z \neq \sqrt{2}$ ، نضع : $f(z) = \frac{-1}{z - \sqrt{2}}$ حيث $z = x + yi$ مع x و y عددين حقيقيين

(1) أكتب العدد $f(i)$ على الشكل الجبري .

(2) أحسب العدد المركب z_0 بحيث $|f(z)| = 1$ و $\text{Arg}(f(z)) = \frac{\pi}{2}$.

(3) حل في C المعادلة ذات المجهول z الآتية : $f(z) = z$.

(4) حدد مجموعة النقط M صورة العدد المركب z و التي يكون من أجلها $|f(z)| = 1$.

(5) المستوى المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتهما

$$z_C = -z_A^2 \text{ و } z_B = \overline{z_A^2} , \quad z_A^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1. بين أن : $z_A^2 = e^{i\frac{\pi}{4}}$ ثم إستنتج الشكل الأسي لكل من z_B و $z_C = -z_A$.

2. أكتب z_A على الشكل المثلثي.

3. عين طبيعة المثلث ABC ثم أحسب مساحته .