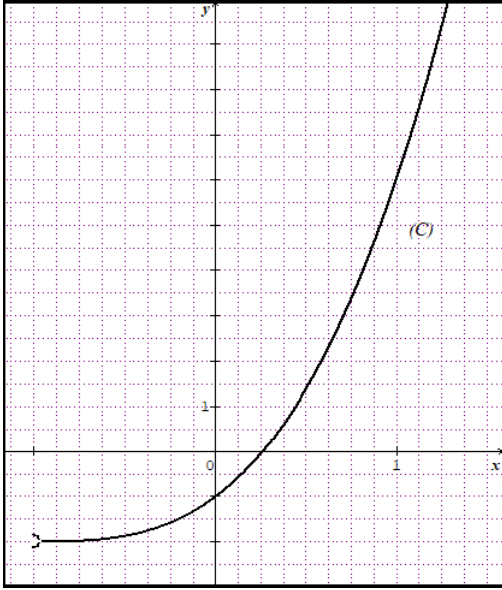


تمرين 1



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ كما يأتي: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

(1) أ- بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g و حدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0; \frac{1}{2}\right[$ يحقق: $g(\alpha) = 0$.

ج) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $] -1; +\infty[$.

(2) f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $] -1; +\infty[$ بما يأتي: $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$ وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $] -1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب) عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ و فسر النتيجة بيانيا.

ج) أحسب : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ و فسر النتيجة بيانيا.

د) شكل جدول تغيرات f .

(3) - نأخذ $\alpha \simeq 0,26$

أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} . ب) أرسم المنحنى (Γ) .

باكالوريا علوم تجريبية 2008

تمرين 2

I f دالة معرفة على $] -\infty; -1[\cup] -1; 0[$ ب: $f(x) = -x + \frac{4}{x+1}$ تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين في الشكل. (أقلب الصفحة)

أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

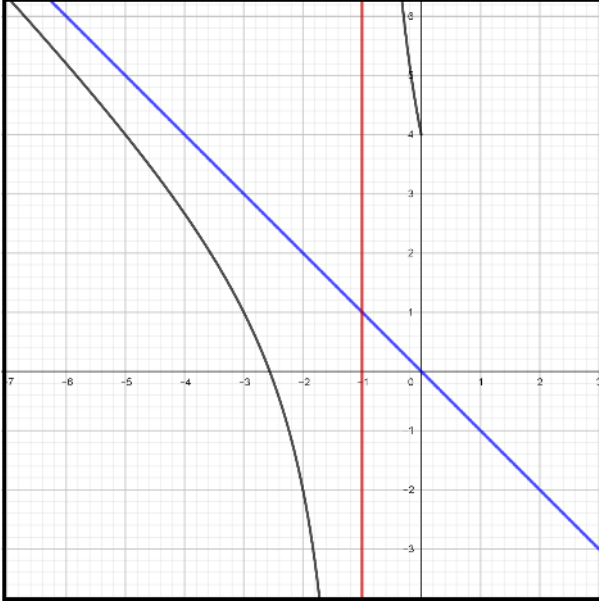
ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكل جدول تغيراتها.

II g دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x + \frac{4}{x+1}$ تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس.

(1) أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

باكالوريا علوم تجريبية 2009

- (ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.
(ج) أدرس تغيرات g .



III (أ) دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي: $k(x) = |x| + \frac{4}{x+1}$

- (1) أ) أحسب $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{k(h) - k(0)}{h}$ ماذا تستنتج؟

(ب) أعط تفسيراً هندسياً لهذه النتيجة.

- (2) أكتب معادلتَي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 0$.

- (3) أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k) .

- (4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى

والمستقيمات التي معادلاتها: (C_k) ، $y = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ ، $x = -\frac{1}{2}$

تمرين 3

- I (أ) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$

- (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

- (2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0,7 < \alpha < 0,8$
(ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II (أ) - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^2 - 2x + 1}$
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

- (2) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

(ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) يطلب تعيينه.

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

- (3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(2x^2 - 2x + 1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f .
 ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
 (نأخذ $f(\alpha) = -0,1$)

- (4) أحسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$.

- (5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

- (6) لتكن h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 2x - 1}{2x^2 - 2x + 1}$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x) = f(x) - 2$

- ب) استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يُطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h) .

تمرين 4

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يأتي : $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$
 (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أدرس تغيّرات الدالة f .
 (2) أ- بين المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y = x$.
 ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .
 (3) أ- بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3 < x_0 < 1,4$.
 ب- عين معادلة (Δ) مماس المنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور الترتيب.

بكالوريا رياضيات 2009

ج- أرسم (C_f) و (Δ) في نفس المعلم.

- (4) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالعلاقة : $g(x) = |f(x)|$
 (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق.

بين كيف يمكن إنشاء (C_g) إنطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

- (5) ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = m^2$.

تمرين 5

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أ- أثبت أن الدالة f فردية.

- ب- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$

ج- ادرس تغيرات الدالة f .

2 (أ- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب- ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

ج- بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د- ارسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

بكالوريا تقني رياضي 2010

3 (g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = |x| \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)$

أ- بين أن الدالة g زوجية.

ب- انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

تمرين 6

I (نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 6x + 12$.

1 (أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2 (بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-1, 48; -1, 47[$ ثم استنتج حسب قيم

العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II (نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - 6}{x^2 + 2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1 (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2 + 2)^2}$ ، ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f

و شكل جدول تغيراتها.

2 (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3 (بين أن $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$.

4 (ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

5 (نرسم S الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = \alpha$ ،

$x = 0$ و $y = 0$.

أثبت أن: من أجل كل $x \in [\alpha; 0]$ ، $-3 \leq f(x) \leq f(\alpha)$ ، ثم بين أن : $\frac{3}{2}\alpha^2 \leq S \leq -3\alpha$.