

التمرين الأول : 04 نقاط

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}} \end{cases} \quad \text{نعتبر المتتالية العددية } (u_n) \text{ المعرفة على } \mathbb{N} \text{ كما يلي:}$$

1/ أ- احسب الحدود u_3, u_2, u_1 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

ج- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة، ثم استنتج نهايتها.

2/ نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n^2 - 1$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 .

ب- اكتب بدلالة n كلا من u_n و v_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3/ احسب بدلالة n كلا من : $T_n = v_0 + 2v_1 + \dots + 2^n v_n$ ، $S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$

التمرين الثاني : 08 نقاط

I / g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل : $g(x) = x^2 - 2x + \ln|x-1|$

1- ادرس تغيرات الدالة g واحسب $g(0)$ و $g(2)$

2- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II / f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بالشكل : $f(x) = x - 2 - \frac{\ln|x-1|}{x-1}$

و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .

2- بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

3- ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4- بين أن المنحنى (C) يقبل مماسين (T) و (T') موازيين للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

5- بين أن النقطة $w(1; -1)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

6- بين أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.

7- انشئ كل من المماسين (T) و (T') والمنحنى (C) .

8- h دالة معرفة على $\mathbb{R}^*$ بالشكل $h(x) = x - \frac{\ln|x|}{x}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

بين أن (C_h) هو صورة (C) بانسحاب يطلب تعيينه.

التمرين الثالث: 08 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (a - 2x)e^{2x} + b$ ، حيث a و b عددان حقيقيان
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

I. عين العددين الحقيقيين a و b حيث يتحقق الشرطان :

- f حل للمعادلة التفاضلية : $y' - 2y = -2e^{2x}$

- (C_f) يقبل مماس موازي لحامل محور الفواصل عند النقطة ذات الفاصلة 0

II. نضع : $a = 1$ و $b = 0$

(1) أكتب عبارة $f(x)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها (حساب النهايات مطلوب)

(2) حل المعادلة $f(x) = 0$ ، ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل .

(3) احسب $f(1)$ ثم ارسم (C_f) .

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) = f(m)$.

III. نسمي $f^{(1)} = f'$, $f^{(2)} = f''$, $f^{(3)} = f'''$, ..., $f^{(n)}$ المشتقات المتتالية للدالة f

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $f^{(n)}(x) = 2^n(1 - n - 2x)e^{2x}$

(2) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم المنحني $(C_{f^{(n)}})$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من

الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي حامل محور الفواصل في النقطة $M_n(x_n; y_n)$

أ. احسب بدلالة n كلا من x_n و y_n .

ب. بين أن المتتالية (x_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} x_n$.

ج. بين أن المتتالية (y_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} y_n$.

انتهى...

😊 بالتوفيق 😊

استاذ المادة يتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا