

اليوم العالمي للرياضيات π day
2025 - 03 - 14

منافسة فكرية لتلاميذ السنة الأولى ثانوي

السؤال الأول

رتب تصاعدياً الأعداد التالية : $a = \sqrt{27} - \sqrt{26}$: $b = \sqrt{28} - \sqrt{27}$: $c = \sqrt{29} - \sqrt{28}$

السؤال الثاني

ما هو عدد الأعداد الصحيحة التي تحقق $|x| + 5 < 7$ و $|x - 3| > 2$ ؟

السؤال الثالث f دالة تألفية بحيث $f(2025) - f(1445) = 58$

احسب $f(2975) - f(2025)$

السؤال الرابع

ABC مثلث متقايس الأضلاع، قيس مساحته يساوي قيس محيطه.

احسب طول ضلع هذا المثلث.

السؤال الخامس

حلل العبارة $x^4 + y^4 + (x + y)^4$

حل مقترح

السؤال الأول

يكفي أن نلاحظ أن $\sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ من أجل $n \in \mathbb{N}$.

لدينا إذن : $a = \frac{1}{\sqrt{27} + \sqrt{26}}$ ؛ $b = \frac{1}{\sqrt{28} + \sqrt{27}}$ ؛ $a = \frac{1}{\sqrt{29} + \sqrt{28}}$ و نستنتج إن $c < b < a$.

السؤال الثاني

الأعداد الصحيحة التي تحقق $|x| + 5 < 7$ أي $|x| < 2$ هي -1 و 0 و 1 .
و الأعداد الصحيحة التي تحقق $|x - 3| > 2$ هي كل الأعداد الصحيحة الأكبر من أو تساوي 6 و الأعداد الصحيحة الأصغر من أو تساوي 0 .
منه الحلول لجملة المتراجحتين هي 0 و -1 فقط و عددها 2 .

السؤال الثالث

بما أن الدالة f تآلفية فإن :
$$\frac{f(2975) - f(2025)}{2975 - 2025} = \frac{f(2025) - f(1445)}{2025 - 1445}$$
$$\frac{f(2975) - f(2025)}{950} = \frac{58}{580}$$
$$f(2975) - f(2025) = \frac{950 \times 58}{580} = 95$$
 أي
منه

السؤال الرابع

نرمز بـ a لطول ضلع هذا المثلث. نبرهن بسهولة (باستعمال النسب المثلثية أو نظرية فيثاغورس) أن طول الارتفاع فيه هو $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.
قيس محيطه هو $P = 3a$ و قيس مساحته هو $S = \frac{ah}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$.
لدينا إذن $3a = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ منه $12a = \sqrt{3}a^2$ منه $a = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$.
إذن طول ضلع هذا المثلث هو $4\sqrt{3}$.

السؤال الخامس

نضع $u = x + y$ و $v = xy$. لدينا :

$$\begin{aligned} x^4 + y^4 + (x + y)^4 &= (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 + (x + y)^4 \\ &= ((x + y)^2 - 2xy)^2 - 2x^2y^2 + (x + y)^4 \\ &= (u^2 - 2v)^2 - 2v^2 + u^4 \\ &= u^4 - 4u^2v + 4v^2 - 2v^2 + u^4 \\ &= 2u^4 - 4u^2v + 2v^2 \\ &= 2(u^4 - 2u^2v + v^2) \\ &= 2(u^2 - v)^2 \\ &= 2((x + y)^2 - xy)^2 \\ &= 2(x^2 + y^2 + xy)^2 \end{aligned}$$