

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 3 ع تج

المدة: $\log_{10}$ سا و $\ln(e^{30})$ د**التمرين الأول:** في كل مما يلي، يوجد اجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير:**(1)** الكتابة المبسطة للعدد A حيث: $A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2\ln(e + 1)$ هي:(أ) $A = e + 1$ - (ب) $A = 0$ - (ج) $A = -1$ **(2)** مجموعة حلول المتراجحة: $\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0$ هي:(أ) $s = [1; 2]$ - (ب) $s =]-2; 1[$ - (ج) $s = [-2; 1]$ **(3)** الحل العام للمعادلة التفاضلية: $2y - y' + 1 = 0$ هو الدوال f حيث: $(c \text{ ثابت حقيقي})$ (أ) $f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2}$ - (ب) $f(x) = ce^x - \frac{1}{2}$ - (ج) $f(x) = ce^{2x} - 2$ **(4)** الدالة f المعرفة على $\square$ بـ: $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ هي:

(أ) دالة زوجية - (ب) دالة فردية - (ج) ليست زوجية ولا فردية

(5) الدالة المعرفة على $\{0\} - [-1; 1]$ بـ: $f(x) = 1 + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.**1** الدالة المشتقة للدالة f هي:(أ) $f'(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$ - (ب) $f'(x) = \frac{-1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$ - (ج) $f'(x) = \frac{2}{x^2\sqrt{1-x^2}}$ **2** (C_f) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1:(أ) مماسا معادلته: $y = x$ - (ب) نقطة زاوية**3** المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:(أ) $\alpha \in]1, 01; 1, 02[$ - (ب) $\alpha \in]0, 06; 0, 07[$ - (ج) $\alpha \in]-0, 8; -0, 7[$ **التمرين الثاني:****(I)** نعتبر الدالة f المعرفة على $\square - \{-1; 1\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.**1** أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة من مجموعة التعريف. فسر النتيجة بيانياً؟**2** أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\square - \{-1; 1\}$ و شكل جدول تغيراتها.**3** أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي، ثم حدد نقطة تقاطعهما A .**4** عين احداثيات نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محوري الإحداثيات.**5** أكتب معادلة المماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة A .**6** أنشئ (D) و (C_f) .**7** ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة: $x^2(1-m^2) - 4x = -4 - m^2$.**(II)** نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = \frac{(e^x - 2)^2}{(e^x - 1)(e^x + 1)}$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في $(O; \vec{i}; \vec{j})$.**1** عين مجموعة تعريف الدالة g .**2** بين أن: $g'(x) = e^x f'(e^x)$.

أستاذتكم تتمنى لكم كل التوفيق و النجاح _ بن صافية _

التبرير	الإجابة الصحيحة										
$A = \ln(e + e^{-1} + 2) - 2 \ln(e + 1) = \ln(e + e^{-1} + 2) - \ln(e + 1)^2 = \ln\left(\frac{e + e^{-1} + 2}{(e + 1)^2}\right)$ $= \ln\left(\frac{e + \frac{1}{e} + 2}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{\frac{e^2 + 1 + 2e}{e}}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{(e + 1)^2}{e} \times \frac{1}{(e + 1)^2}\right) = \ln\left(\frac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -1$	ج.....(1)										
المجموعة المرجعية للمترابحة هي: $D =]-3; 2[$ $\ln(2-x) + \ln(x+3) - \ln 4 \geq 0$ منه: $\ln(2-x) + \ln(x+3) \geq \ln 4$ $\ln((2-x)(x+3)) \geq \ln 4$ تكافئ: $((2-x)(x+3)) \geq 4$ أي: $-x^2 - x + 2 \geq 0$ و بما أن: $s = [-2; 1]$ فان: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$-x^2 - x + 2$</td><td></td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	$-x^2 - x + 2$		-	+	-	ج.....(2)
x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$							
$-x^2 - x + 2$		-	+	-							
$2y - y' + 1 = 0$ تكافئ $y' = 2y + 1$ حلولها هي الدوال من الشكل: $c \in \mathbb{R}$ $f(x) = ce^{2x} - \frac{1}{2}$	أ.....(3)										
$f(-x) = \frac{e^{-x} + e^x}{2} = f(x)$ و: $x \in \mathbb{R}$ لدينا: $x \in \mathbb{R}$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ زوجية لأن: f	أ.....(4)										
الدالة المشتقة للدالة f هي: $f'(x) = 0 + \frac{\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} \times x - 1 \times \sqrt{1-x^2}}{x^2} = \frac{\frac{x^2 - \sqrt{1-x^2}^2}{\sqrt{1-x^2}}}{x^2} = \frac{-1}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$	(5)ب										
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + \sqrt{1-x^2}}{x(x-1)} = -\infty$ الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند 1 منه (C_f) يقبل نصف مماس موازي لحامل محور الترتيب.	ج..... 2										
مبرهنة القيم المتوسطة	ج..... 3										

التمرين الثاني:

الجزء الأول: $D_f = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ، $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1}$

(1) حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1 ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{(-1-2)^2}{(-1)^2-1} = +\infty ; \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{(-1-2)^2}{(-1)^2-1} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \frac{(1-2)^2}{(1)^2-1} = -\infty ; \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{(1-2)^2}{(1)^2-1} = +\infty$$

نستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين موازيين لمحور الترتيب معادلته: $x = -1$ ، $x = 1$ و مستقيما مقاربا أفقيا معادلته: $y = 1$.

(2) حساب المشتقة: f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و دالتها المشتقة هي:

$$f'(x) = \frac{2(x-2)(x^2-1) - 2x(x-2)^2}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{2(x-2)[(x^2-1) - x(x-2)]}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{2(x-2)(-1+2x)}{(x^2-1)^2} = \frac{4x^2-10x+4}{(x^2-1)^2}$$

(5) معادلة المماس عند النقطة $A\left(\frac{5}{4}; 1\right)$:

(T) : $y = f'\left(\frac{5}{4}\right)\left(x - \frac{5}{4}\right) + f\left(\frac{5}{4}\right)$

$y = \frac{-64}{9}\left(x - \frac{5}{4}\right) + 1$

$y = -7,11x + 9,89$

(6) الإنشاء: (آخر الورقة)

(7) المناقشة حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة:

$(x+m)(x+1)^2 - x^3 - 2x^2 = 0$

$x^2(1-m^2) - 4x = -4 - m^2$

$(x^2 - 4x + 4) - m^2x^2 + m^2 = 0$

$(x-2)^2 - (m^2x^2 - m^2) = 0$

$(x-2)^2 = m^2(x^2 - 1)$ تكافئ:

$\frac{(x-2)^2}{(x^2-1)} = m^2$

منه: $f(x) = m^2$

حلول المعادلة هي $f(x) = m^2$ فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) و

المستقيم الذي معادلته: $y = m^2$. (المناقشة أفقية).

➤ $m^2 \in]0; 1[$ أي: $0 < m^2 < 1$ منه: $-1 < m < 1$ المعادلة لها حلان موجبان.

➤ $m^2 = 0$ أي: $m = 0$ للمعادلة حل مضاعف.

➤ $m^2 = 1$ أي: $m = 1$ للمعادلة حل وحيد موجب.

➤ $m^2 \in]1; +\infty[$ أي: $m \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ للمعادلة حلان أحدهما موجب و الآخر سالب.

الجزء الثاني: لدينا: $g(x) = f(e^x)$

1) مجموعة التعريف:

$D_g = \{x \in \mathbb{R} / e^x - 1 \neq 0 ; e^x + 1 \neq 0\}$

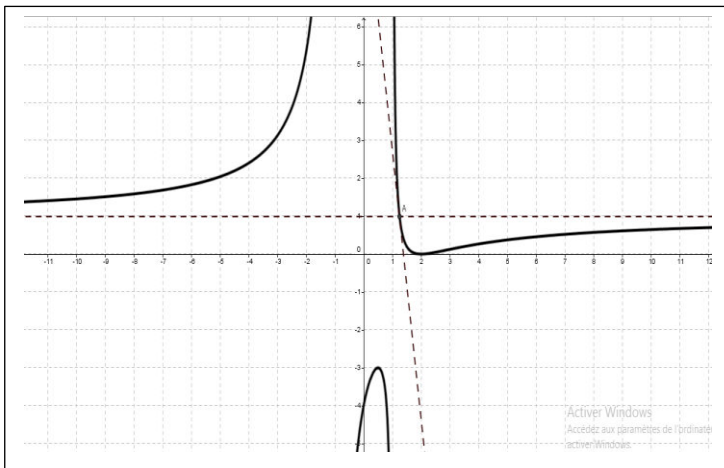
$= \{x \in \mathbb{R} / e^x \neq 1 ; e^x \neq -1\}$

$= \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\} = \mathbb{R}^*$

(2) بين أن: $g'(x) = e^x f'(e^x)$.

لدينا: $g(x) = f(e^x)$

منه: $g'(x) = e^x f'(e^x)$



اتجاه تغير الدالة f:

$x - 2 = 0$ أو: $-1 + 2x = 0$

$x = \frac{1}{2}$

$x = 2$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	-	-	+

الدالة f متزايدة تماما على المجالات $]-\infty; 1[$ و $]-1; \frac{1}{2}[$ و

$]2; +\infty[$ ومتناقصة تماما $]\frac{1}{2}; 1[$ و $]1; 2[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	-	-	+
$f(x)$						

(3) دراسة الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب

الأفق: ندرس إشارة الفرق:

$(f(x) - 1) = \frac{(x-2)^2}{x^2-1} - 1 = \frac{-4x+5}{x^2-1}$

x	$-\infty$	-1	1	5/4	$+\infty$
$-4x+5$		+	+	+	-
x^2-1		+	-	+	+
$\frac{-4x+5}{x^2-1}$		+	-	+	-
الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة لـ (Δ)					

نقطة التقاطع هي: $A\left(\frac{5}{4}; 1\right)$

(4) حساب إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محوري الإحداثيات:

مع محور الفواصل:

$f(x) = 0$ معناه: $\begin{cases} (x-2)^2 = 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{cases}$ أي: $x = 2$

إن: $(C_f) \cap (xx') = \{(2; 0)\}$

مع محور الترتيب:

$f(0) = -4$ منه: $(C_f) \cap (yy') = \{(0; -4)\}$