

دالة أسية شاملة : مقترحات بكالوريا 2021

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = 2 + (x-2)e^{-x+2}$.

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.14 < \alpha < 1.15$.

(3) استنتج إشارة $g(x)$ عندما يتغير x في $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$.

نسمي $(\mathcal{C}_f)$ تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين أن : من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) بين أن : $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$ ثم استنتج حصر $f(\alpha)$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى (Δ) .

ج) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

د) أحسب $f(0)$ و $f(2)$ ثم أنشئ (Δ) ، (T) و $(\mathcal{C}_f)$.

(4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :

$$(E) : 2m - 1 - (x-1)e^{-x+2} = 0$$

حل مقترح من طرف الأستاذ بوكايخة :

1/ دراسة تغيرات الدالة g :

النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[2 - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) e^2 \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[2 - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) e^2 \right]$$

لأن :

المشتقة :

$$\left(\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) e^2 \right)$$

$$[1 - (x - 2)]$$

$$[1 - x + 2]$$

$$\left[1 - (x - 2) \right]$$

إشارة المشتقة :

بما أن : 0

فإن إشارة المشتقة من إشارة :

إن : $-x + 3 = 0$ أي :

{

إن

رفع ح ع ت :

$$[2 - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) e^2]$$

و من جدول التغيرات لدينا الدالة متزايدة تماما على

المجال $]1,14; 1,15[$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x) = 0$ تقبل
حلا وحيدا α حيث :

إستنتاج إشارة

$x \in$	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

الجزء 2 :

1/ حساب نهايات الدالة

[2]

ح ع ت

[1 — —]

[1 —)]

$\infty[-\infty]$

[2]

$x \in$	$-\infty$	3	$+\infty$
$3-x$	+	0	-
$g'(x)$	+	0	-

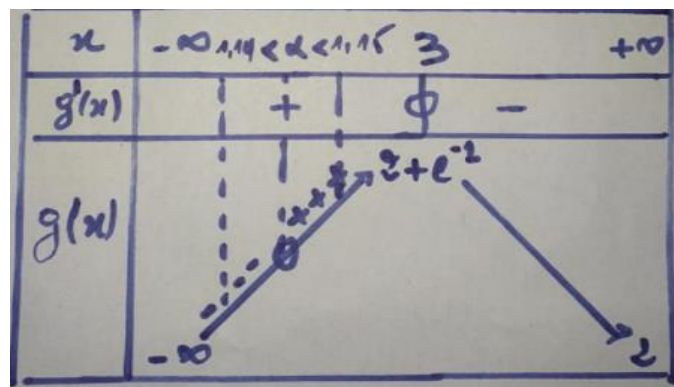
على المجال $]-\infty; 3]$ لدينا $g'(x) \geq 0$ و منه

الدالة f متزايدة تماما

على المجال $[3; +\infty[$ لدينا $g'(x) \leq 0$ و منه

الدالة f متناقصة تماما

جدول التغيرات :



2/ نبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا :

لدينا g معرفة و مستمرة على المجال $]1,14; 1,15[$

3/أ- نبين أن — :

طريقة 1 :

يكفي أن نبين أن : —

— —
—

_____] [2)

_____) [g(α)

حسب مبرهنة القيم المتوسطة :

_____) [0

طريقة 2 :

ح ع ت

[2]

[2 —]

[($\frac{1}{x} - \frac{1}{x}$) e²]

[+]

2/ نبين أنه من أجل كل عدد حقيقي :

[1]

[e]

[(1 - (x - 1))]

[e)]

[e)]

جدول التغيرات :

$x \in$	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة :

و لدينا من جهة أخرى :

نعوض قيمتها نجد :

بالجمع نجد :

3/ب- نبين أن المستقيم Δ مقارب مائل ل (C_f) عند

f 2 1 2 1 f

2 1

$[-$ $]$

$[-$ $]$

$[-$ $-$ $]$

$[(- -)]$

إذن المستقيم Δ مقارب مائل ل (C_f) عند

حصر) :

دراسة الوضع النسبي لـ (Δ) مع (C_f) :

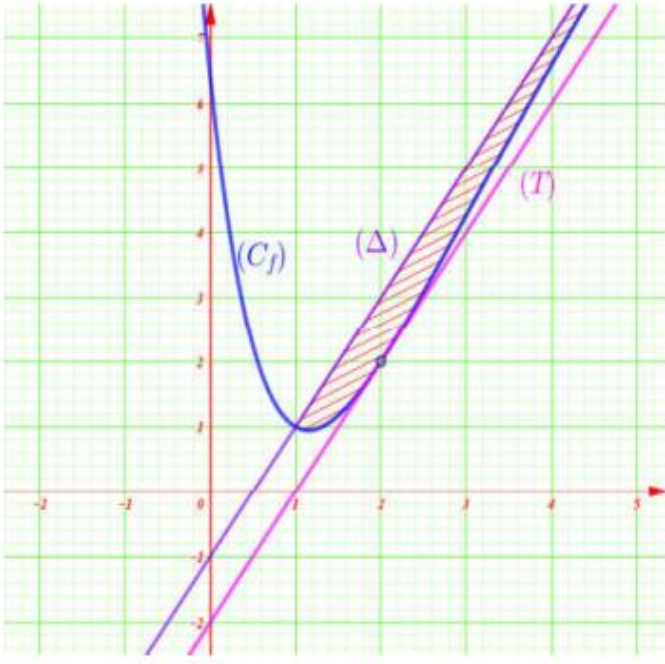
ندرس إشارة الفرق :

إذن إشارة الفرق من إشارة :

.....(

د- حساب $f(0)$ و

رسم (C_f)



4/ المناقشة البيانية :

يجب أن نصل إلى : عبارة فيها

$x \in$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x) - y$	+	0	-
الوضع النسبي	(C_f) فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) تحت (Δ)

3/ ج- نبين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) يوازي (Δ) :

المماس (T) يوازي (Δ) معناه لهما نفس معامل التوجيه

و معامل توجيه (Δ) هو 2 إذن :

إذن نكتب معادلة المماس عند :

أي - - e /6

للمعادلة حل وحيد معدوم

∞[/7 أي - -]

للمعادلة حل وحيد سالب

تقبلوا تحياتي : الاستاذ بوكليخة

لا تنسو زيارة صفحتنا في الفيسبوك :

الاستاذ بوكليخة للرياضيات

و لا تنسو الاشتراك في قناتنا في اليوتيوب :

الاستاذ بوكليخة للرياضيات

هذه مناقشة ماثلة لأن المجهول غير مضروب في m

حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم

نو المعادلة : m

1/ $]-\infty; -2[$ أي $-2m \in]-\infty; +\infty[$

لا يوجد حلول للمعادلة

شرح :

أي

و $-2m = -\infty$ أي —

و هكذا يتم في جميع المجالات المتبقية

2/ $-2m = -2$ أي

للمعادلة حل مضاعف 2

دائما في المناقشة الماثلة نقطة تقاطع المنحنى مع المماس تكون

حل مضاعف

3/ $]-2; -1[$ أي $-2m \in]-2; -1[$

للمعادلة حلين موجبين

4/ $-2m = -1$ أي -

للمعادلة حل وحيد موجب

5/ $]-1; -1 + e^2[$ أي $-2m \in]-1; -1 + e^2[$

للمعادلة حل وحيد موجب

يمكن جمع 4 و 5 في حالة واحدة بغلق المجال عند -1 و -