

القسم : 3 تقني
المدة: 4 ساعات ونصف

متقن الرائد مقراني السعيد+ثانوية احمد الكفيف
الإختبار التجريبي في
مادة الرياضيات

العام الدراسي: 2020/ 2021

الموضوع : 1-

التمرين 1: (4 ن)

كيس به 3 كريات بيضاء مرقمة 2,2,3 وكرتان صفوان مرقمة 2,2
و 5 كريات حمراء مرقمة 3,3,2,2,2. نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد.

(1) احسب احتمال الحوادث الآتية :-

"A" الكريات من نفس اللون

"B" الكريات من نفس الرقم

"C" الكريات من نفس اللون ونفس الرقم

"D" الكريات من نفس اللون أو نفس الرقم

(2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة القاسم المشترك الأكبر للارقام المسحوبة

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X (ب) عين قانون احتماله ثم احسب أمله الرياضي.

(3) نسحب الآن على التوالي باراجاع 3 كريات.

بين أن احتمال الحصول على كرتين بيضاوين بالضبط هو 0, 189.

التمرين 2: (5 ن)

f دالة معرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{3x+1}{x+3}$

يعطى (C) التمثيل البياني للدالة f و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (الشكل)

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = f(V_n) \end{cases} \quad \begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases} \quad (U_n) \text{ و } (V_n) \text{ متتاليتين معرفتين على } \mathbb{N}$$

(1) اعد رسم الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود $V_2, V_1, V_0, U_2, U_1, U_0$ مع تخمين

اتجاه تغير و تقارب كلا من المتتاليتين (U_n) و (V_n)

(2) (أ) بين أن f متزايدة تماما على المجال $[0, +\infty[$.

(ب) برهن من اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $1 < U_n \leq \frac{1}{2}$ و $2 < V_n$.

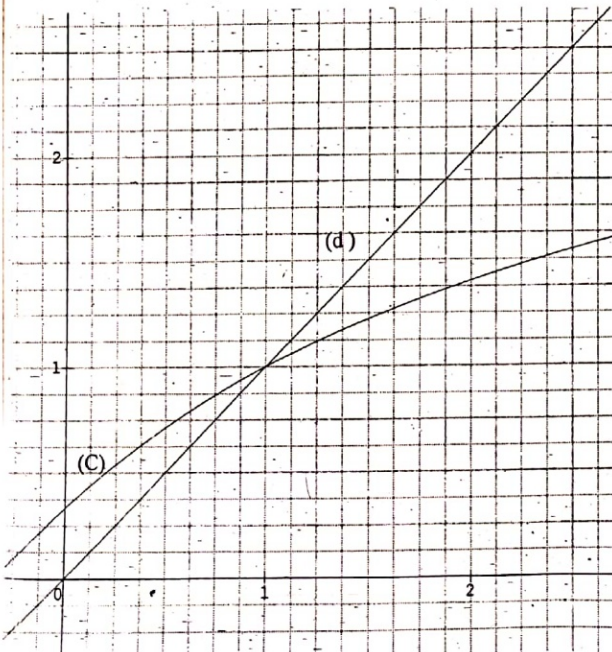
(ج) ادرس اتجاه تغير المتتاليتين (U_n) و (V_n) .

$$(3) (أ) اثبت من اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $V_{n+1} - U_{n+1} = \frac{8(V_n - U_n)}{(V_n + 3)(U_n + 3)}$$$

$$(ب) استنتج من اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $V_{n+1} - U_{n+1} \leq \frac{4}{7}(V_n - U_n)$$$

$$(ج) اثبت من اجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 < V_n - U_n \leq \left(\frac{4}{7}\right)^n \left(\frac{3}{2}\right)$$$

$$(د) استنتج $\lim(V_n - U_n)$$$



التمرين 3: (4ن)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) $5x - 9y = 19$

- (1) (أ) بين أن المعادلة (1) تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$.
- (ب) بين أنه إذا كان $(x; y)$ حلاً للمعادلة (1) فإن $x \equiv 2[9]$ ثم استنتج حلول المعادلة (1).
- (2) عين الثنائيات (x, y) من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (1) بحيث $x + y \equiv 3[9]$.
- (3) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 7^n على 9.
- (4) لتكن الثنائية (x, y) من $\mathbb{N}^2$ حلاً للمعادلة (1)
- (أ) أوجد القيم الممكنة لـ $\text{pgcd}(x; y)$.

- (ب) استنتج الثنائيات (x, y) من $\mathbb{N}^2$ حتى يكون x أولي مع y .
- (5) عين الثنائيات (x, y) من $\mathbb{N}^2$ حلول المعادلة (1) بحيث $7^x + 7^y \equiv 2[9]$.

التمرين 4: (7ن)

الجزء 1: g دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - 1 - \ln x$.

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
- (2) (أ) ادرس إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- (ب) استنتج من أجل كل $x > 0$: $\ln\left(\frac{x}{2}\right) \leq \frac{x}{2} - 1$.

الجزء 2:

دالة معرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x^2 + 2 + 2x \ln x$ لما $x > 0$ و $f(0) = 2$.

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد متجانس $(O; i; j)$.

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ماذا تستنتج؟

(ب) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-2}{x} = -\infty$ ماذا تستنتج؟ فسر هندسيا النتيجة؟

(ج) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

(2) (أ) بين من أجل كل $x > 0$: $f'(x) = -2g(x)$.

(ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f . مستنتجا أن (C) يقبل نقطة انعطاف $A(1; 1)$.

(3) (أ) بين أن معادلة المماس (T) لـ (C) عند النقطة فاصلتها 2 هي: $y = -2(1 - \ln 2)x + 2$.

(ب) تحقق من أجل كل $x > 0$: $f(x) + 2(1 - \ln 2)x - 2 = 2x \left[-\frac{x}{2} + 1 + \ln\left(\frac{x}{2}\right) \right]$.

واستنتج الوضع النسبي للمنحني (C) و المماس (T).

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $2,7 < \alpha < 2,8$ ثم أنشئ (C) و المماس (T).

(5) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^2 - 2 - |x| \ln x^2$ لما $x \neq 0$ و $h(0) = 2$.

(أ) بين أن الدالة h زوجية ..

(ب) أنشئ التمثيل البياني للدالة h اعتماداً على (C) في نفس المعلم. " انتهى الموضوع -1-

التمرين 1: (4ن)

(1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $(Z^2 - 2Z + 2)(\sqrt{2}Z - 2i) = 0$

(2) نعتبر في المستوى المنسوب لمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقط A, B, C, D لواحقتها :

$Z_A = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} ; Z_B = \overline{Z_A} ; Z_C = \sqrt{2} i ; Z_D = \frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$ ولتكن النقطة L نظيرة C بالنسبة لـ A

(أ) تحقق أن $Z_L = -\sqrt{2}$

(ب) احسب كلا من $|Z_L|, |Z_C|, |Z_B|$ مستنتجا أن النقط A, B, C, D تنتمي لنفس الدائرة يطلب مركزها ونصف قطر

(3) بين أن $\frac{Z_A - Z_L}{Z_B - Z_L} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$

(ب) استنتج أنه يوجد تحويل نقطي فيحول B إلى A مركزه L يطلب عناصره المميزة .

(ج) حدد عندئذ طبيعة المثلث ABL .

(د) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $\left(\frac{\sqrt{2}Z_D}{Z_C}\right)^n = i$

التمرين 2: (5ن)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1) $5x - 6y = 3$

(1) أوجد الحل الخاص (x_0, y_0) من $\mathbb{Z}^2$ للمعادلة (1) حيث: $x_0 - y_0 = 1$

(ب) حل عندئذ المعادلة (1)

(ج) استنتج العدد الصحيح a حيث: $\begin{cases} a \equiv -1[6] \\ a \equiv -4[5] \end{cases}$ ثم عين باقي قسمة a على 30

(2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 2^n على 9.

(ب) بين أنه إذا كان $(x; y)$ حلا للمعادلة (1) فإن $1442^{x-1} - 2^{6y} + 3 \times 2^{2021}$ مضاعف لـ 9

(3) ليكن العددين الطبيعيان A يكتب في النظام ذي الأساس 3 $A = \overline{1\alpha 0\alpha 00}$ و B يكتب في النظام ذي الأساس 5 $B = \overline{\alpha\beta 0\alpha}$

(أ) عين قيم α و β حتى تكون الثانية $(A; B)$ حلا للمعادلة (1) ثم استنتج الثانية (β, α) حلول للمعادلة (1)

(ب) اكتب عندئذ A و B في نظام التعداد العشري.

التمرين 3: (3)

(U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بحددها الأول $U_1 = \frac{1}{a}$ و $U_{n+1} = \frac{n+1}{a n} U_n$ حيث $a \in [2; +\infty[$

(1) ا) بره من اجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $U_n > 0$

ب) بين (U_n) ان متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$ مستنتجا انها متقاربة.

(2) نعتبر (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $V_n = \frac{1}{a n} U_n$

ا) بين ان المتتالية (V_n) هندسية اساسها $\frac{1}{a}$ يطلب حددها الاول بدلالة a

ب) اكتب U_n بدلالة n و a ثم تحقق ان $U_n = \frac{n}{e^{n \ln a}}$ واحسب نهاية U_n

ج) احسب S_n و a المجموع $S_n = U_1 + \frac{1}{2} U_2 + \frac{1}{3} U_3 + \dots + \frac{1}{n} U_n$

د) عين قيمة a حتى يكون $\lim S_n = \frac{1}{2020}$

التمرين 4: (3)

الجزء 1: g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} - x + 1$

(1) احسب النهايات عند $+\infty$ و $-\infty$ للدالة g

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها

(3) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $1,2 < \alpha < 1,3$

(4) حدد إشارة $g(x)$ و استنتج إشارة $g(-x)$ على المجالين $[-\alpha, +\infty[$ و $]-\infty, -\alpha]$

الجزء 2:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x e^x}{e^x + 1}$

(C) تمثيلها الفعلي في مستو منسوب لمعلم متعامد متجانس $(O; I; J)$. (الوحدة 4cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) ا) بره من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{e^x g(-x)}{(e^x + 1)^2}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ وانجز جدول التغيرات

(3) بين ان $f(-\alpha) = 1 - \alpha$ ثم استنتج حصرا $f(-\alpha)$

(4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند المبدأ ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C) و المماس (T)

(5) بين ان المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب لـ (C) بجوار $(+\infty)$

(6) أنشئ (C) و المستقيمين (d) و (T)

(7) نلقي بـ m قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $\frac{e^x}{e^x + 1} = m$