

التمرين 06:

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلات التالية

$$x^2 + 2mx - 1 = 0 \quad \star$$

$$2x^2 - mx - m^2 = 0 \quad \star$$

$$x^2 - mx + m = 0 \quad \star$$

التمرين 07:

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

$$(3x - 1)(-5x - 8) \geq 0 \quad \diamond$$

$$3x^2 \geq 5 \quad \diamond$$

$$x^2 < 16 \quad \diamond$$

$$(x + 3)(3x + 2) < (2x + 6)(x + 2) \quad \diamond$$

$$(2x - 1)(x^2 - 1) \geq 0 \quad \diamond$$

$$(3 - 5x)^2 \leq (2x + 7)^2 \quad \diamond$$

$$\frac{5x - 1}{3 - x} \geq 0 \quad \diamond$$

$$\frac{9 - x^2}{x + 1} \leq 0 \quad \diamond$$

$$\frac{1}{x} - x \geq 0 \quad \diamond$$

$$\frac{7x + 3}{2x + 1} \leq \frac{2x + 1}{7x + 3} \quad \diamond$$

$$\frac{x + 25}{x + 1} > \frac{25 - x}{x - 1} \quad \diamond$$

التمرين 08:

يعطى: $E(x) = 2(4x^2 - 25) - (2x + 5)^2$

$$1 \quad \text{حل } E(x)$$

$$2 \quad \text{أنشر ثم بسط } E(x)$$

$$3 \quad \text{أحسب } E(\sqrt{2}), E(\frac{-5}{2}), E(0)$$

$$4 \quad \text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة } E(x) = 0$$

$$5 \quad \text{نضع } f(x) = \frac{E(x)}{(4x^2 + 20x + 25)}, \text{ بين أنه من أجل كل } x \neq -\frac{5}{2}$$

يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل :

$$h(x), \text{ يطلب إعطاء عبارة } h(x), f(x) = \frac{h(x)}{2x + 5}$$

$$6 \quad \text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة } f(x) = 0 \text{ و } f(x) = 2$$

$$7 \quad \text{حل في } \mathbb{R} \text{ المتراجحة } f(x) \leq 0.$$

التمرين 01:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$1 \quad 5x^2 + 6x = 0$$

$$2 \quad 4(x - 3)^2 - 2(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$3 \quad 16x^2 - 9 - 5(3 - 4x)(2x + 1) = 0$$

$$4 \quad x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$5 \quad 7x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$6 \quad 3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$7 \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

التمرين 02:

أكتب على الشكل النموذجي كل من:

$$2 \quad x^2 - 4x$$

$$1 \quad x^2 + 6x + 9$$

$$4 \quad x^2 + 10x + 16$$

$$3 \quad x^2 - 2x + 3$$

$$6 \quad 2x^2 + 12x + 2$$

$$5 \quad 3x^2 + 6x + 8$$

التمرين 03:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$2 \quad \frac{2x + 3}{x + 2} + \frac{3x + 2}{x + 4} = 0$$

$$1 \quad \frac{4x - 25}{2x - 8} + \frac{4x + 25}{2x - 12} = 0$$

$$4 \quad \frac{3x + 1}{x + 2} - \frac{2x + 6}{x - 1} = 0$$

$$3 \quad \frac{x + 1}{x + 2} - \frac{2x + 1}{x - 2} = 0$$

التمرين 04:

حل كل من العبارات التالية إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى

$$\diamond \quad 4x^2 - 4x - 8$$

$$\diamond \quad 2x^2 - 10x + 12$$

$$\diamond \quad 4x^2 + 4x + 1$$

$$\diamond \quad 5x^2 - x + 1$$

$$\diamond \quad 9x^2 - 30x + 25$$

التمرين 05:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$\diamond \quad (x - 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$\diamond \quad (2x - 3)(-x^2 + 5x - 4) = 0$$

$$\diamond \quad (x^2 - 5x + 6) - (x - 2)^2 = 0$$

$$\diamond \quad (x^2 - 4x - 1)^2 - (6x^2 - x - 1)^2 = 0$$

التمرين 05:

نعتبر الدالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = x + 2 \text{ و } g(x) = x^2 + 2x$$

1 عرف الدوال $f + g$ ، $-f + 2g$ ، $f \times g$ ، و $\frac{f}{g}$.

2 نعتبر الدالة h المعرفة على $]2; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ، هل

الدالتان f و h متساويتان؟

التمرين 06:

أذكر اذا كانت الدالتين f و g متساويتين في كل حالة من الحالات التالية:

$$g(x) = |x|\sqrt{x+1}; \quad f(x) = \sqrt{x^3 + x^2} \quad \star$$

$$g(x) = (\sqrt{x+2})^2; \quad f(x) = x + 2 \quad \star$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-3)^2}; \quad f(x) = 1 + \frac{2}{x-3} \quad \star$$

$$g(x) = \frac{(2x-3)(x+1)}{x+1}; \quad f(x) = 2x - 3 \quad \star$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-3)^2}; \quad f(x) = 1 + \frac{2}{x-3} \quad \star$$

التمرين 07:

1 عين مجموعة تعريف الدوال f ، g ، $f + g$ ، $f - g$ ، $f \times g$ ، و $\frac{f}{g}$ في كل حالة:

$$g(x) = x^2 + 2x - 3, \quad f(x) = x^2 + 1 \quad \star$$

$$g(x) = \frac{2x-3}{x+2}, \quad f(x) = 1 - \frac{3}{x+2} \quad \star$$

$$g(x) = 4x + 3, \quad f(x) = 2x^2 - 1 \quad \star$$

2 عين عبارة الدوال $f + g$ ، $f - g$ ، $f \times g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $3f$ ، و $-2g$ في كل حالة:

$$g(x) = x^2 + 2x - 3, \quad f(x) = x^2 + 1 \quad \star$$

$$g(x) = \frac{2x-3}{x+2}, \quad f(x) = 1 - \frac{3}{x+2} \quad \star$$

$$g(x) = 4x + 3, \quad f(x) = 2x^2 - 1 \quad \star$$

تمارين تدريجية

التمرين 01:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + 6x + 2$.

1 أوجد صورة الأعداد 1 ، -2 ، $\sqrt{3}$ بالدالة f .

2 أحسب سوابق العددين 2 و -7 بالدالة f .

3 بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x+a)^2 - 7$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه

4 هل يقبل العدد (-8) سوابق بالدالة f ؟

التمرين 02:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 1$

1 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f(x) = -(x+2)^2 + 5$$

2 أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[-2; +\infty[$ و $] -\infty; -2]$.

التمرين 03:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$

1 تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$ لدينا: $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$

2 أدرس إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $] -\infty; -2]$ و $]2; +\infty[$.

التمرين 04:

عين مجموعة تعريف الدالة f في كل حالة:

$$\diamond f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1 \quad \diamond f(x) = \frac{2x^2 + 3}{7}$$

$$\diamond f(x) = x^2 - |x-1| \quad \diamond f(x) = x - \sqrt{2x+3}$$

$$\diamond f(x) = \frac{3}{x^2 + 1} \quad \diamond f(x) = \frac{2x+3}{x^2 - 4}$$

$$\diamond f(x) = \frac{2x^2}{|x-3|} \quad \diamond f(x) = \tan(x) + \sqrt{2x+3}$$

$$\diamond f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{2x-6} \quad \diamond f(x) = \frac{2x^2}{|x|-3}$$

$$\diamond f(x) = x + 1 - \frac{2}{x-5} \quad \diamond f(x) = \cos(2x) + \sin x$$

$$\diamond f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{|x| - 5}$$

نحن من نصنع النجاح أو الفشل، وليس الظروف.

التمرين 12:

✍️ f و g معرفتان على $\mathbb{R}$.

① أدرس إتجاه تغير الدالة $(f + g)$ في الحالتين التاليتين:

$$g(x) = -2x + 3 \text{ و } f(x) = 3x + 1 \quad \clubsuit$$

$$g(x) = -3x + 5 \text{ و } f(x) = 2x + 1 \quad \clubsuit$$

② أدرس إتجاه تغير الدالة $(f \times g)$ علما أن :

$$g(x) = x + \sqrt{2} \text{ و } f(x) = x - \sqrt{2} \quad \clubsuit$$

التمرين 13:

✍️ أدرس تغيرات الدوال التالية على المجال $\mathbb{I}$ في كل حالة:

$$\mathbb{I} = \mathbb{R} \quad f(x) = 3x - 4 \quad \clubsuit$$

$$\mathbb{I} =] - \infty; +\infty[\quad g(x) = -5x + 7 \quad \clubsuit$$

$$\mathbb{I} =]0; +\infty[\quad h(x) = x - \frac{1}{x} \quad \clubsuit$$

$$\mathbb{I} =] - \infty; 3[\quad k(x) = \sqrt{3 - x} \quad \clubsuit$$

$$\mathbb{I} = \mathbb{R} \quad u(x) = 2x^2 - 4 \quad \clubsuit$$

$$\mathbb{I} = \mathbb{R}^* \quad v(x) = \frac{1}{x^2} \quad \clubsuit$$

$$\mathbb{I} =]0; +\infty[\quad \phi(x) = x^2 + x \quad \clubsuit$$

• استنتج اتجاه تغير الدوال التالية: $2f - 5$ ، $-3g + 2$ ، $v \times \phi$ ،

$$f \circ h$$
 ، $g \circ v$ ، $f \circ v$ ، $v \times u$ ، $f - 3h$ ، $f + g$

التمرين 13:

✍️ في كل مايلي اكتب الدالة f دون رمز قيمة مطلقة على مجال

تعريفها

$$(f x) = \sqrt{-2x + 4} \quad \mathbb{I} = \mathbb{R} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \sqrt{-2x^2 + 4x} \quad \mathbb{I} = \mathbb{R} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \frac{2x + 3}{|x^2 - 4|} \quad \mathbb{I} = \mathbb{R} - \{-2; 2\} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x}{|x + 2| + 3} \quad \mathbb{I} = \mathbb{R} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{|x + 2| + |x - 5|} \quad \mathbb{I} = \mathbb{R} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = |\sin(x)| \quad \mathbb{I} = [0; 2\pi] \quad \clubsuit$$

$$f(x) = |\cos(x)| \quad \mathbb{I} = [0; \pi] \quad \clubsuit$$

التمرين 08:

① عين $f \circ g$ و $g \circ f$ بعد تعيين مجموعة تعريف f ، g ، $f \circ g$ ، $g \circ f$ في كل حالة:

$$g(x) = 3x^2 + 2x;$$

$$f(x) = 2x + 4 \quad \clubsuit$$

$$g(x) = \frac{-2}{x+1};$$

$$f(x) = 2x \quad \clubsuit$$

$$g(x) = \frac{1}{x} + 3;$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} \quad \clubsuit$$

$$g(x) = \sqrt{x+2};$$

$$f(x) = -x + 3 \quad \clubsuit$$

$$g(x) = \frac{3}{x};$$

$$f(x) = x^2 - 3 \quad \clubsuit$$

$$g(x) = \sin(x+1);$$

$$f(x) = 4x - 1 \quad \clubsuit$$

② f ، g ، h و k دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 2x + 1$.

$$k(x) = x^2 + 1; h(x) = x + 1; g(x) = x^2$$

< أثبت مايلي: $k = h \circ g$ ، $f + k = g \circ h$ ، $2k = f \circ k$ ،

$$g^2 + 2k = k \circ k$$
 ، $gk + k = g \circ k$ ، $g + 2h = k \circ h$

التمرين 09:

✍️ نعتبر الدالتين f و g المعرفتتين على $]0; +\infty[$ و $]1; +\infty[$ على

$$f(x) = 2x^2 + 1 \text{ و } g(x) = \sqrt{x-1}$$

① أكتب كلا من f و g على شكل مركب دالتين مرجعيتين يطلب

تحديدتهما

② عرف الدالتين $f \circ g$ و $g \circ f$.

التمرين 10:

✍️ فكك f إلى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما في كل حالة:

$$f(x) = \cos(2x - 1) \quad \clubsuit$$

$$f(x) = (x - 1)^2 \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \left| \frac{2x-1}{5} \right| \quad \clubsuit$$

$$f(x) = 3(x+1)^2 + 5 \quad \clubsuit$$

$$f(x) = 2 + \frac{4}{x} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \frac{3}{x+1} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = 3\sqrt{x} + 2 \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2} \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \frac{5}{x^2 + 1} + x^2 + 5 \quad \clubsuit$$

$$f(x) = \sqrt{x+5} \quad \clubsuit$$

التمرين 11:

✍️ أدرس إتجاه تغير الدالتين الآتيتين :

$$\clubsuit f \text{ هي الدالة المعرفة على }]-\infty; 0[\text{ بـ : } f(x) = -\frac{3}{x} + 2$$

$$\clubsuit g \text{ هي الدالة المعرفة على } [1; 5; +\infty[\text{ بـ : } g(x) = (-2x + 3)^2$$

التمرين 14:

✍️ f, g, h ثلاث دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ،

$$h(x) = |f(x)| , g(x) = f(|x|)$$

ليكن (C_f) ، (C_g) و (C_h) منحنيات الدوال f, g, h على الترتيب

في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① بين أن g زوجية ، كيف يستنتج (C_g) انطلاقا من (C_f) ؟

② أدرس تغيرات الدالة f (يمكن كتابة f على الشكل النموذجي).

③ عين إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

④ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ، استنتج كيفية رسم (C_h)

انطلاقا من (C_f) .

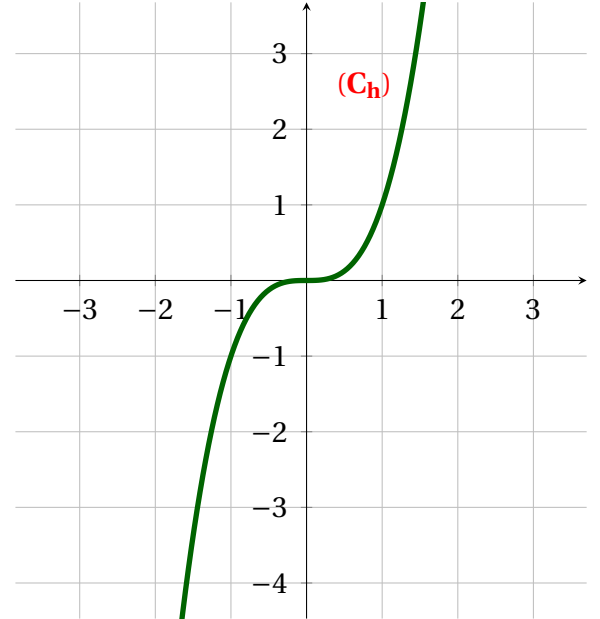
⑤ عين نقط تقاطع (C_f) مع المحاور

⑥ أرسم المنحنيات (C_g) ، (C_f) و (C_h) في نفس المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$

التمرين 15:

✍️ h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = x^3$ ، (C_h) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$



① إعتادا على (C_h) شكل جدول تغيرات الدالة h .

② بين أن h فردية .

③ لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x-1)^3 - 1$

✦ إشرح أنه يمكن رسم (C_f) انطلاقا من (C_h) ثم أنشئه.

④ بين أن النقطة $w(1; -1)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

⑤ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = |f(x)|$

★ أكتب g دون رمز القيمة المطلقة.

★ أنشئ (C_g) منحنى الدالة g انطلاقا من (C_f) .

التمرين 16:

✍️ h دالة عددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$h(x) = x^2 - 2x - 3$$

Γ منحناها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (C) منحنى

الدالة مربع.

① عين α و β بحيث من أجل كل عدد حقيقي x :

$$h(x) = (x - \alpha)^2 + \beta$$

✦ أدرس تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}$.

✦ شكل جدول تغيرات الدالة h .

② بين أن Γ صورة (C) بانسحاب يطلب تعيين شعاع له.

★ ارسم في المعلم السابق Γ

③ ليكن (d) المستقيم ذو المعادلة : $y = 2x + m$ حيث m وسيط

حقيقي.

* عين I مجموعة قيم m التي تجعل المستقيم (d) و Γ يشتركان

في نقط.

* في حالة ما Γ و (d) يشتركان في النقط M و M' أحسب إحداثيات

Ω منتصف القطعة $[MM']$

* عين مجموعة النقط Ω لما يتغير m في I .

④ نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = h(x^2)$.

✦ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $x^2 \geq 1$.

✦ استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$.

✦ شكل جدول تغيرات الدالة f .

⑤ استنتج كيف يمكن رسم الدوال الآتية :

$$\rightarrow g_5(x) = -h(-|x|) \quad \rightarrow g_1(x) = h(|x|)$$

$$\rightarrow g_6(x) = |h(x)| \quad \rightarrow g_2(x) = h(-x)$$

$$\rightarrow g_7(x) = h(x+1) \quad \rightarrow g_3(x) = -h(-x)$$

$$\rightarrow g_8(x) = h(x+1) + 2 \quad \rightarrow g_4(x) = h(-|x|)$$



أستاذ رياضيات طور ثانوي
خريج المدرسة العليا للأستاذة