



فرض الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

- I. ليكن  $ABC$  مثلث قائم في  $A$  ومتساوي الساقين،  $I$  منتصف القطعة المستقيمة  $[CB]$  و  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى النقطة  $A$  ولتكن  $E$  النقطة المعرفة بـ:  $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ .
  1. أنشئ النقط  $I$ ،  $D$  و  $E$ .
  2. بين أن الشعاعين  $\overrightarrow{IA}$  و  $\overrightarrow{CD}$  مرتبطان خطيا.
- II. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، نعتبر النقط  $K$ ،  $L$  و  $N$  حيث:  $K(1;1)$ ،
 
$$\overrightarrow{ON} = -2\vec{i} \quad , \quad \overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$
  1. عين إحداثي كل من  $L$  و  $N$  ثم علم النقط  $K$ ،  $L$  و  $N$ .
  2. ماهي طبيعة المثلث  $KNL$ ؟
  3. عين إحداثي  $R$  مركز الدائرة  $(C)$  المحيطة بالمثلث  $KNL$  ثم أحسب طول نصف قطرها

التمرين الثاني:

- $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .
- $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
1. تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f(x) = (x-2)^2 - 1$
  2. عين صور الأعداد  $1$ ،  $-1$ ،  $2$
  3. عين السوابق الممكنة إن وجدت للأعداد:  $3$ ،  $1$ ،  $-2$ .
  4. عين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامي محوري الإحداثيات.
  5. أ- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجالين  $]-\infty, 2]$ ،  $[2, +\infty[$ .  
ب- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
  6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) - f(2) \geq 0$ . ماذا تستنتج؟

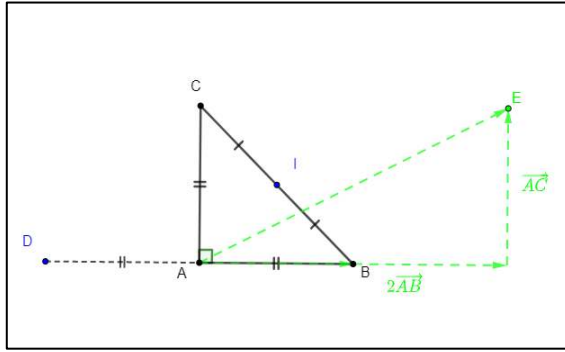
مع تمنيات أستاذتي المادة لكم بالتوفيق

## تصحيح فرض الفصل الثاني

### التمرين الأول:

#### الجزء الأول:

1. انشاء التقطع  $I$ ،  $D$  و  $E$ .



2. تبين أن الشعاعين  $\overrightarrow{IA}$  و  $\overrightarrow{CD}$  مرتبطان خطياً.

لدينا:  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$  لأن  $I$  منتصف  $[BC]$  و  $ABC$  مثلث قائم.

من جهة أخرى لدينا:  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}$  (تطبيق علاقة شال)

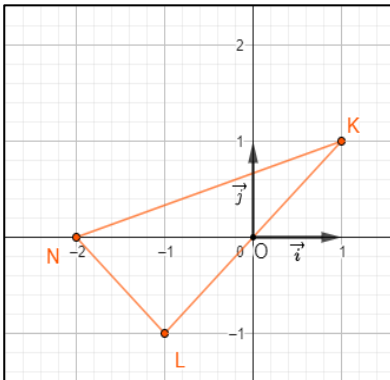
وبما  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى  $A$  فإن:  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA}$  ومنه:  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$  وعليه:  $\overrightarrow{CD} = -(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$

بالتعويض في الشعاع  $\overrightarrow{AI}$  نجد:  $\overrightarrow{AI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$  ومنه: يوجد  $k = -\frac{1}{2}$  حيث:  $\overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{CD}$

وعليه:  $\overrightarrow{AI}$  و  $\overrightarrow{CD}$  مرتبطان خطياً.

#### الجزء الثاني:

1. تعيين إحداثي كل من  $L$  و  $N$  ثم تعليم النقط  $K$ ،  $L$  و  $N$ .



♦ لدينا  $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} x_L - x_K \\ y_L - y_K \end{pmatrix}$  أي  $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} x_L - 1 \\ y_L - 1 \end{pmatrix}$  لكن  $\overrightarrow{KL} \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

ومنه ينتج أن  $\begin{cases} x_L - 1 = -2 \\ y_L - 1 = -2 \end{cases}$  إذن  $L(-1; -1)$ .

♦ لدينا  $\overrightarrow{ON} = -2\vec{i}$  إذن  $N(-2; 0)$ .

2. طبيعة المثلث  $KNL$ .

لدينا  $KN = \sqrt{(x_N - x_K)^2 + (y_N - y_K)^2} = \sqrt{(-2-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{10}$

بالمثل نجد  $LN = \sqrt{2}$  و  $LK = \sqrt{8}$

ومنه لدينا  $KN^2 = LK^2 + LN^2$  إذن حسب نظرية فيثاغورث العكسية المثلث  $KNL$  قائم في  $L$ .

3. تعيين إحداثي  $R$  مركز الدائرة  $(C)$  المحيطة بالمثلث  $KNL$  وطول نصف قطرها.

بما أن  $R$  مركز الدائرة  $(C)$  المحيطة بالمثلث  $KNL$  القائم في  $L$  فإن  $R$  منتصف القطعة  $[KN]$  (وتر المثلث القائم)

وإحداثياتها  $R(x_R; y_R)$  حيث:

$$R\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ إذا: } \begin{cases} x_R = \frac{x_K + x_N}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \\ y_R = \frac{y_K + y_N}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

**التمرين الثاني:**

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ .

1. **التحقق أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:**  $f(x) = (x-2)^2 - 1$

$$(x-2)^2 - 1 = x^2 - 4x + 4 - 1 = x^2 - 4x + 3 = f(x)$$

2. **تعيين صور الاعداد 2 ، -1 ، 1**

$$f(2) = (2)^2 - 4 \times (2) + 3 = -1 \quad , \quad f(-1) = (-1)^2 - 4 \times (-1) + 3 = 8 \quad , \quad f(1) = 1^2 - 4 \times 1 + 3 = 0$$

3. **تعيين السوابق الممكنة إن وجدت للأعداد: 3 ، 1 ، -2 .**

$$f(x) = 3 \quad \text{تكافئ:} \quad x^2 - 4x + 3 = 3 \quad \text{ومنه:} \quad x^2 - 4x = 0 \quad \text{ومنه:} \quad x(x-4) = 0 \quad \text{ومنه:} \quad x = 0 \quad , \quad x = 4$$

$$f(x) = 1 \quad \text{تكافئ:} \quad (x-2)^2 - 1 = 1 \quad \text{ومنه:} \quad (x-2)^2 = 2 \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} x-2 = \sqrt{2} \\ x-2 = -\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$$

$$f(x) = -2 \quad \text{تكافئ:} \quad (x-2)^2 - 1 = -2 \quad \text{ومنه:} \quad (x-2)^2 = -1 \quad \text{ومنه المعادلة لا تقبل حل إذا لا توجد سوابق للعدد (-2)}$$

4. **تعيين نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامي محوري الإحداثيات.**

$$\text{أ- مع حامل محور الفواصل: } f(x) = 0 \quad \text{تكافئ:} \quad (x-2)^2 - 1 = 0 \quad \text{ومنه:} \quad (x-2)^2 = 1 \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} x-2 = 1 \\ x-2 = -1 \end{cases} \quad \text{ومنه:} \quad \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{إذا: } (C_f) \cap (xx') = \{(3;0), (-1;0)\}$$

$$\text{ب- مع محور الترتيب: لدينا: } f(0) = 3 \quad \text{إذا: } (C_f) \cap (yy') = \{(0;3)\}$$

5. **أ- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجالين  $]-\infty; 2]$  ،  $[2; +\infty[$ .**

- **على المجال  $]-\infty; 2]$ :**

♦ **ليكن  $x_1$  و  $x_2$  من المجال  $]-\infty; 2]$  بحيث  $x_1 < x_2$ .**

لدينا  $x_1 < x_2 \leq 2$  ، بإضافة (-2) للأطراف نجد  $x_1 - 2 < x_2 - 2 \leq 0$  ومنه  $(x_1 - 2)^2 > (x_2 - 2)^2$  وإضافة (-1) للأطراف نجد

$$(x_1 - 2)^2 - 1 > (x_2 - 2)^2 - 1 \quad \text{أي} \quad f(x_1) > f(x_2) \quad \text{ما يعني أن الدالة } f \text{ متناقصة تماما على المجال } ]-\infty; 2].$$

♦ **بطريقة مماثلة نجد أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[2; +\infty[$ .**

**ت- جدول تغيرات الدالة  $f$ :**

| $x$    | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
|--------|-----------|---|-----------|
| $h(x)$ |           |   |           |

7. **تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) - f(2) \geq 0$**

$$\text{لدينا: } f(x) - f(2) = (x-1)^2 - 1 + 1 = (x-1)^2 \geq 0 \quad \text{وهو المطلوب.}$$

نستنتج ان  $f(x) \geq f(2)$  ومنه الدالة تقبل قيمة حدية صغرى عند 2 تساوي (-1)