

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (06 نقاط)

فيما يلي إختار الجواب أول الأجوبة الصحيحة مع التعليل في كل مرة :

(1) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; 2\pi]$ كما يلي : $f(x) = e^{-x} \cdot \sin x$ ، وليكن (C_f) منحناها البياني في م.م.م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون : $f'(x) = e^{-x}(\sin x + \cos x)$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ تكون : $f'(x) = \sqrt{2}e^{-x} \cdot \cos x(x + \frac{\pi}{4})$.

❖ المماس للمنحني (C_f) عند المبدأ معادلته هي : $y = x$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 2\pi]$ يكون : المنحني (C_f) يقع بين المنحنيين (C_g) و (C_h)

حيث : $g(x) = e^{-x}$ و $h(x) = -e^{-x}$.

❖ المنحنيان (C_f) و (C_g) لهما نقطة مشتركة وحيدة فاصلتها هي : π .

(2) نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1} - \ln(x^2 + 1)$ ، (C_k) منحناها البياني في م.م.م.م.م $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

❖ المبدأ O هو مركز التناظر للمنحني (C_k) .

❖ $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = +\infty$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $k'(x) = \frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2 + 1)^2}$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; 1]$ ، تكون : $k(x) > 0$.

❖ المعادلة : $k(x) = 1$ لا تقبل حلاً على المجال $[0; 1]$.

التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$.

وليكن (C) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
الجزء الأول :

(1) أ) أحسب كلاً من : $f'(x)$ و $f''(x)$.

ب) إستنتج تغيرات الدالة f .

ج) بين أن المعادلة $f'(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α ، حيث : $-1,3 < \alpha < -1,2$.

د) إستنتج إشارة $f'(x)$ و تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيرات هذه الأخيرة .

- (2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.
 ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 (3) أنشئ كلاً من (Δ) و (C) .
 الجزء الثاني :

نعرف على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ ، المتتالية (u_n) كالآتي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

- (1) أ) باستعمال المنحنى (C) و المستقيم (Δ) عين على محور الفواصل : u_2 ، u_1 ، u_0 .
 ب) أعط تخميناً حول اتجاه و تقارب المتتالية (u_n) .
 (2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $-1 < u_n < 0$.
 ب) برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أن لها نهاية l لا يطلب حسابها .
 (3) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $0 < u_{n+1} + 1 < \frac{3}{4}(u_n + 1)$.
 ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $0 < u_n + 1 < (\frac{3}{4})^n$. ماهي إذن نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث : (06 نقاط)

- (I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = \frac{e^x}{1+2e^x} - \ln(1+2e^x)$.
 (1) أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.
 (2) أدرس اتجاه تغير g و شكل جدول تغيراتها ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
 (II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-2x} \cdot \ln(1+e^{2x})$.
 (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(x)$.
 (2) بوضع : $X = 1 + 2e^x$ ، بين أن : $f(x) = \frac{4X}{(X-1)^2} \times \frac{\ln X}{X}$. إستنتج عندئذٍ نهاية الدالة f عند $+\infty$.
 (3) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، (يمكن وضع : $h = 2e^x$) .
 (4) شكل جدول تغيرات الدالة f .
 (5) ليكن (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
 ❖ $(1cm)$ هي الوحدة على محور الترتيب ، $(4cm)$ هي الوحدة على محور الفواصل .
 أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
 ب) أنشئ (T) و المنحنى (C_f) .

بالتوفيق للجميع الأستاذ : **بوع**