

الواجب الترتيبي رقم (02) في مادة الرياضيات

سلم يوم: 2023/11/13

القسم: سنة ثانية علوم تجريبية

بنات يوم: 2023/11/....

بعار يوم: 2023/11/15

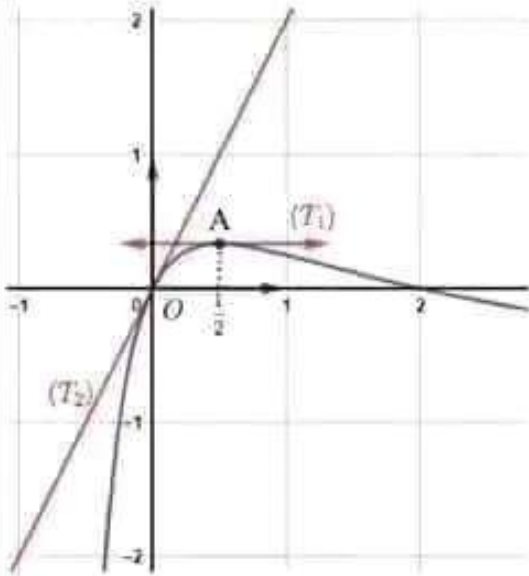
تمارين رقم (1):

1. f دالة عددية معرفة على المجال $[-4; +\infty[$ بـ $f(x) = \sqrt{x+4}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0 = 5$. ثم فسر النتيجة هندسيا.
2. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند $x_0 = 5$. ثم ارسم المنحنى (C_f) والمماس (T) .
3. عين تقريبا تألفيا للدالة f بجوار 5. ثم عين قيمة تقريبية لكل من: $f(4.98)$ و $f(5.001)$.

تمارين رقم (2):

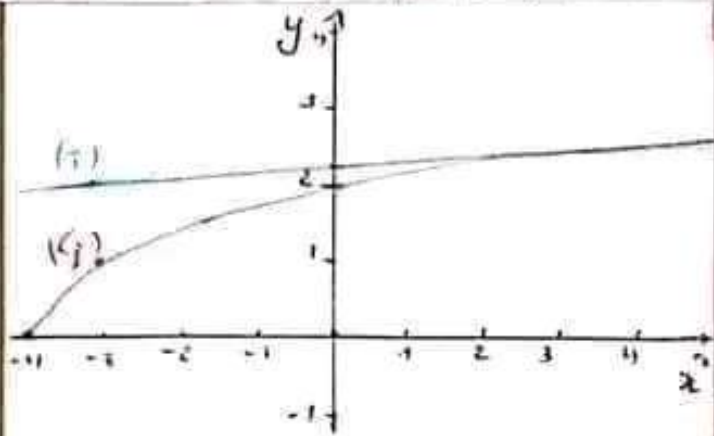
II نعتبر الدالة f المعرفة والقابلة للاشتقاق على المجال $]-1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{(x+1)^2}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. و (T_1) و (T_2) مماسين لـ (C_f) في النقطتين O و A ذات الفاصلتين 0 و $\frac{1}{2}$ على الترتيب كما هو مبين في الشكل المقابل. بقراءة بيانية أجب على ما يلي:



1. شكل جدول إشارة الدالة f .
2. شكل جدول إشارة الدالة المشتقة f' .
3. شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. عين: $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f'(\frac{1}{2})$ و $f'(0)$.
5. استنتج الأعداد الحقيقية a ، b و c .

II نضع من من أجل كل $x \in]-1; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{(x+1)^2}$.

1. بين أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. لتكن الدالة g المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ $g(x) = [f(x)]^2$.
• احسب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$. ثم شكل جدول تغيرات الدالة g .



(3) - تقريب تايلور في جوار $x_0 = 5$

أحسننا تقريب تايلور للدالة في جوار 5
دور معادلة الكهاس عند $x_0 = 5$

$$f(x) \approx \frac{1}{6}x + \frac{13}{6} \quad \text{ونكتب}$$

قيم تقريبية لكل من $f(5.001)$ و $f(4.98)$

$$f(5.001) \approx \frac{1}{6}(5.001) + \frac{13}{6} \quad \text{ط 1}$$

$$\approx 3.0002$$

$$f(4.98) \approx \frac{1}{6}(4.98) + \frac{13}{6}$$

$$\approx 2.997$$

$$f(5.001) = f(5 + 0.001) \quad \text{ط 2}$$

$$\approx f'(5)(0.001) + f(5)$$

$$\approx \frac{1}{6}(0.001) + 3$$

$$\approx 3.0002$$

$$f(4.98) = f(5 - 0.02)$$

$$\approx f'(5)(-0.02) + f(5)$$

$$\approx \frac{1}{6}(-0.02) + 3$$

$$\approx 2.997$$

حل التمرين الأول:

$$D_f = [-4; +\infty[\quad f(x) = \sqrt{x+4}$$

(1) - دراسة قابلية اشتقاق f عند $x_0 = 5$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x - 5}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(\sqrt{x+4} - 3)(\sqrt{x+4} + 3)}{(x - 5)(\sqrt{x+4} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x + 4 - 9}{(x - 5)(\sqrt{x+4} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x - 5)}{(x - 5)(\sqrt{x+4} + 3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{\sqrt{x+4} + 3} = \frac{1}{6} \in \mathbb{R}$$

اذن f قابلة للاشتقاق عند $x_0 = 5$

$$f'(5) = \frac{1}{6} \quad \text{حيث}$$

التفسير الكندي:

الكندي (f) اتقبل كهاس معامل بوجية $\frac{1}{6}$

(2) - معادلة الكهاس (f) في (x) عند $x_0 = 5$

$$(T): y = f'(5)(x - 5) + f(5)$$

$$= \frac{1}{6}(x - 5) + 3$$

$$= \frac{1}{6}x - \frac{5}{6} + 3$$

$$y = \frac{1}{6}x + \frac{13}{6}$$

رسم (f) أو (T)

$$f(x) = \sqrt{x+4} \quad \text{لنا}$$

$$f(x) = \sqrt{x+a} + b \quad \text{من الشكل}$$

اذن (f) صورة التمثيل البياني لدالة جذر

تربيعي باستجاب شعاع $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} -9 \\ 6 \end{pmatrix}$

حل التمرين الثاني:

(1) $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{(x+1)^2}$; $D_f =]-1; +\infty[$

- براءة بيانية:

① - جدول إشارة الدالة f :

x	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$		-	+	-

② - جدول إشارة الدالة f' (المشتقة):

x	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-

③ - جدول تغيرات الدالة f :

x	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$		$f(\frac{1}{2})$	

④ - تعيين الصور $f(0)$, $f(\frac{1}{2})$, $f(2)$, $f(0)$:

$f'(0) = 0$, $f(2) = 0$, $f(0) = 0$

$f'(0) = \frac{2 - (-2)}{1 - (-1)} = \frac{2+2}{1+1} = \frac{4}{2} = 2$

⑤ - تعيين الأعداد a , b و c

لدينا $f(0) = 0$ أي $\frac{0+0+c}{(0+1)^2} = 0$ أي $c = 0$

و $f(2) = 0$ أي $\frac{4a+2b+c}{(2+1)^2} = 0$ أي $4a+2b+c = 0$ أي $2a+b = 0$ أي $a = -\frac{1}{2}b$

ولدينا f قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$ حيث

$f'(x) = \frac{(2ax+b)(x+1)^2 - 2(x+1)(ax^2+bx+c)}{(x+1)^4}$

اذن $f'(0) = 2$ أي $\frac{b}{1} = 2$ أي $b = 2$

بالعوض في ⑤ $a = -\frac{1}{2}(2) = -1$ أي $a = -1$

اذن $f(x) = \frac{-x^2 + 2x}{(x+1)^2}$

(1) - تبين أن $f(x) = \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$

لدينا f قابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$

$f'(x) = \frac{2(1-2x+2)(x+1)^2 - 2(x+1)(-x^2+2x)}{(x+1)^4}$

$= \frac{(x+1)(-2x^2-2x+2x+2-x^2+2x)}{(x+1)^4}$

$= \frac{2-4x}{(x+1)^3} = \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$

② - دراسة اتجاه تغير الدالة f :

لدينا $f(x) > 0$ على $]-1; +\infty[$ حيث $2(1-2x) > 0$

و إشارة $f'(x)$ هي إشارة $1-2x$

x	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$1-2x$	+	0	-
$f'(x)$	+	0	-

اذن الدالة f متزايدة

كما أنها على $]-1; \frac{1}{2}[$ و متناقصة

كما أنها على $[\frac{1}{2}; +\infty[$

x	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	-
$f(x)$		$f(\frac{1}{2})$	

③ - $D_g =]-1; +\infty[$, $g(x) = [f(x)]^2$

حساب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$

وقابلة للاشتقاق على $]-1; +\infty[$

$g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$

جدول تغيرات الدالة g :

x	-1	0	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	+	-	-
$f(x)$	-	0	+	+	-
$g'(x)$	-	0	+	-	+
$g(x)$		0	$\frac{1}{4}$	0	