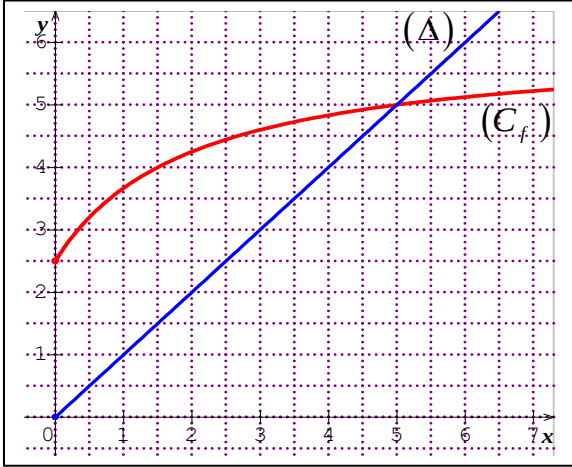


على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول (20 نقطة)

التمرين الأول : (05 نقاط)



المنحني (C_f) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$.

- بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0, +\infty[$.
- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.
(أ) على الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل و دون حسابها الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 .
(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 5$.
- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، و ماذا تستنتج حول تقاربها.
- نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$.
(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
(ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.
- احسب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0 + 1} + \frac{1}{u_1 + 1} + \dots + \frac{1}{u_n + 1}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية: $11x - 5y = 2$

- (أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x, y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن: $y \equiv 4[11]$.
(ب) استنتج حلول المعادلة (E) .
- ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم. نضع: $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.
(أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .
(ب) عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a, b) = 2$.
(ج) استنتج قيم n بحيث يكون العددين a و b أوليان فيما بينهما.

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10.
 ب) استنتج رقم آحاد كلا من العددين التاليين: 7^{2022} و 7^{1443} .
 ج) عين كل الثنائيات (x, y) من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ حلول المعادلة (E) و التي تحقق: $7^{y-2x} \equiv 9[10]$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

1. تحقق أن: $5^6 \equiv 1[7]$ و استنتج أن: $5^{1443} \equiv -1[7]$.
 2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^n$.
 أ) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ أن: $4S_n = 5^{n+1} - 1$ و استنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.
 ب) ليكن العدد الصحيح a . بين أن $4S_n \equiv a[7]$ إذا وفقط إذا كان $S_n \equiv 2a[7]$.
 ج) بين أن $4S_{1442} \equiv 5[7]$ و استنتج باقي قسمة S_{1442} على 7.
 د) عين أصغر عدد طبيعي غير معدوم n بحيث يكون 7 قاسما لـ S_n .
 3. ليكن n عدد طبيعي غير معدوم. نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $5^n x + S_n y = 1$.
 أ) تحقق أن الثنائية $(5, -4)$ حل للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

ب) استنتج حلول الجملة

$$\begin{cases} 5^n x - S_n y = 7 \\ PGCD(x, y) = 7 \end{cases}$$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء I : نعتبر الدالة العددية g_α المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g_\alpha(x) = x^2 - 1 + \alpha \ln x$ وليكن (c_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ و α عدد حقيقي.

1. ناقش حسب قيم α وجود و عدد النقط الحدية للمنحني (c_α) .
 2. فيما يلي نفرض $\alpha = 1$ و نضع $g_1 = g$. أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{x}$.
 وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 2. أ) بين أن المنحني (c_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.
 ب) ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ) على المجال $]0; +\infty[$.
 3. أ) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ أن: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$.
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
 ج) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (c_f) .

4. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $F(x) = \frac{(\ln x)^2}{2}$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$.

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $x = 1$.

الجزء III : نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ : $h(x) = |x| - 1 - \frac{\ln|x|}{|x|}$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن الدالة h زوجية.

2. اشرح كيف يتم رسم (C_h) انطلاقاً من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق (استعمل الألوان).

3. ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m \neq 0$ عدد و إشارة حلول المعادلة $e^{h(x)} = |m|$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بعدها الأول $u_0 = 6$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 3} - 3$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $-2 \leq u_n \leq 6$.

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 2)(u_n + 3)}{\sqrt{u_n + 3} + u_n + 3}$.

ب) ادرس اتجاه تغيير المتتالية (u_n) ثم برر تقاربها.

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $0 \leq u_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{2}(u_n + 2)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $0 \leq u_n + 2 \leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. بين أن $-2(n+1) \leq S_n \leq 16\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) - 2(n+1)$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث : $63x + 5y = 159$ (E) .

أ) تحقق أن العددين 63 و 5 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولاً.

ب) عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق : $x_0 + y_0 = -3$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

ج) عين كل الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق : $|13x + y - 33| < 4$.

2. A عدد طبيعي يكتب $5\alpha 0\alpha$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب $\beta 10\beta 0$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

أ) جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب العدد $(A+7)$ في النظام العشري.

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases} 3^{4n} + 3^n - A \equiv 0[5] \\ n \equiv 0[3] \end{cases}$ و $35 < n < 65$.

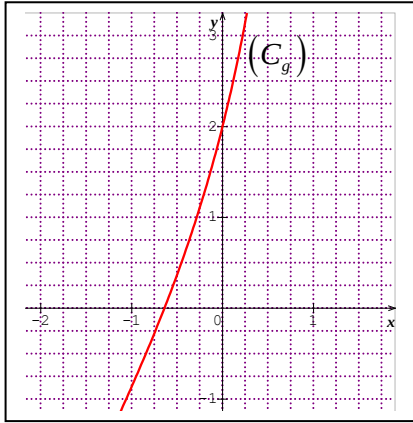
التمرين الثالث : (04 نقاط)

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 100 \\ u_1 \times u_3 = 256 \end{cases} \quad (u_n) \text{ متتالية هندسية متزايدة تماما حدودها موجبة تماما تحقق:}$$

1. أ) احسب u_2 ثم u_1 و u_3 .
- ب) احسب q أساس المتتالية (u_n) ثم عبر عن u_n بدلالة n .
2. احسب المجموع بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_3 + \dots + u_n$ ، ثم الجداء $P_n = u_0 \times u_1 \times u_3 \times \dots \times u_n$.
3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 5.
- ب) بين أن العدد $2 \times 47^{1443} + 7^{2022}$ مضاعف للعدد 5.
- ج) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $1954^{1443} + 1979^{2022} + 5n - 2$ على 5.

$$4. \text{ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n \text{ نضع } T_n = \frac{1}{\ln 2} [\ln 4 + \ln 4^2 + \dots + \ln 4^n]$$

احسب T_n بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $T_n + 7^{2022} - n^2 \equiv 0 [5]$.



التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء I : المنحني البياني (C_g) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني

للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x + 1 + e^{2x}$.

1. شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.
2. أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $[-0.7; -0.6]$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 - x + (x+1)e^{-2x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{cm}$.

$$1. \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ ثم بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

$$2. \text{ أ) بين أن المستقيم } (\Delta) \text{ ذو المعادلة } y = -x + 1 \text{ مقارب مائل للمنحني } (C_f) \text{ بجوار } +\infty.$$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$.

$$3. \text{ أ) بين أنه من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{R} \text{ أن: } f'(x) = -g(x)e^{-2x}.$$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

$$\text{ج) أثبت أن المنحني } (C_f) \text{ يقبل مماسا } (T) \text{ يوازي } (\Delta) \text{ عند نقطة يطلب تعيين فاصلتها، حيث } (T): -x + 1 + \frac{1}{2}e$$

$$4. \text{ بين أن } f(\alpha) = \frac{-2\alpha^2}{2\alpha + 1} \text{ ثم أوجد حصارا لـ } f(\alpha).$$

$$5. \text{ احسب } f(0) \text{ و } f(1) \text{، ثم ارسم } (\Delta) \text{، } (T) \text{ و } (C_f) \text{ . نأخذ } f(\alpha) \approx 2.9.$$

$$6. \text{ عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي } m \text{ بحيث المعادلة } f(x) = -x + m \text{ تقبل حلين سالبين تماما.}$$

7. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n = \int_0^1 x^n e^{-2x} dx$.

(أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = -\frac{1}{4}(2x+1)e^{-2x}$ أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-2x}$.

(ب) بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_{n+1} = -\frac{e^{-2}}{2} + \frac{1}{2}(n+1)I_n$.

(ج) λ عدد حقيقي حيث $\lambda > 0$ ، ليكن العدد الحقيقي $A(\lambda)$ حيث $A(\lambda) = \int_0^\lambda [f(x) - (-x+1)]dx$.

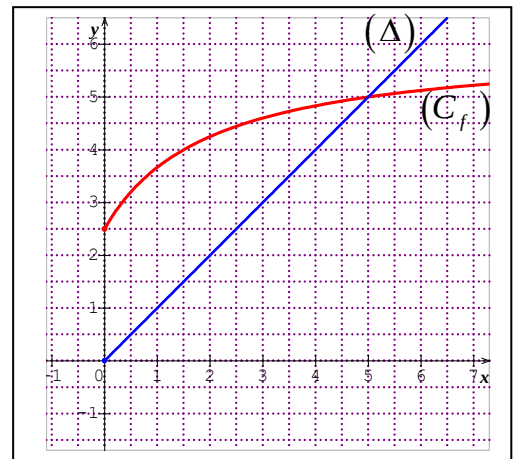
* بين أن $A(\lambda) = \frac{1}{4} \left[3 - \frac{2\lambda+3}{e^{2\lambda}} \right]$. * ماذا يمثل العدد $A(\lambda)$. * احسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنياتنا لطلبتنا الأعزاء بالتوفيق و النجاح و السداد في شهادة البكالوريا 2022

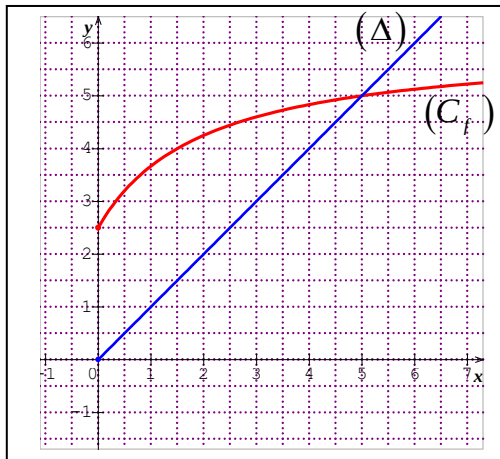
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب: القسم:



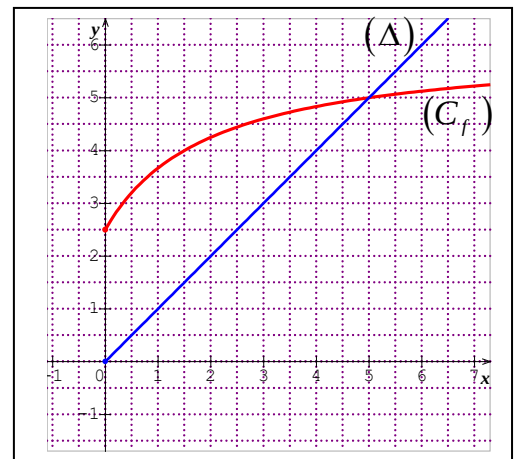
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب: القسم:



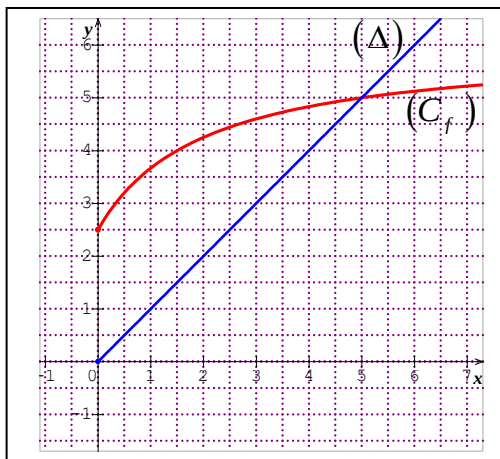
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب: القسم:



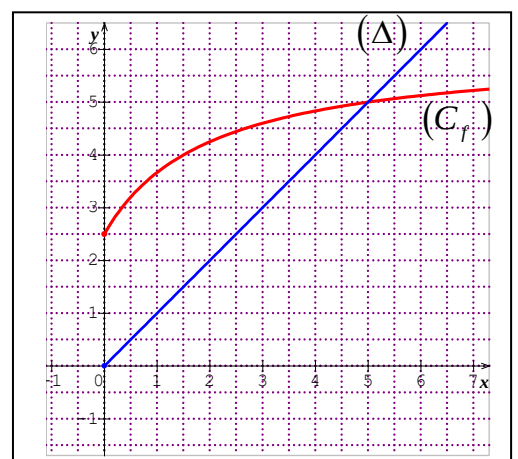
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب: القسم:



الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب: القسم:



الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب: القسم:

