

دراسة الإشارة :

دراسة إشارة (من الشكل $ax + b$)

x	$-b/a$	
$ax + b$	-	+

موجب a

x	$-b/a$	
$ax + b$	+	-

سالب a

دراسة إشارة (من الشكل $ax^2 + bx + c$)

أولا نقوم بحساب المميز دلتا $\Delta = b^2 - 4ac$

(لا تنسى a, b, c هي المعاملات فقط ☺)

(1) إذا كان $\Delta > 0$ فإن للمعادلة حلين هما:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases} \text{ و إشارتها}$$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$ax^2 + bx + c$	إشارة a	إشارة a	عكس الإشارة a	إشارة a

(2) إذا كان $\Delta = 0$ فإن للمعادلة حل وحيد مضاعف هو:

$$x_1 = \frac{-b}{2a}$$

إشارتها من إشارة a .

(3) إذا كان $\Delta < 0$ فإن المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ و

إشارتها من إشارة a .

ملاحظات مهمة:

(1) إشارة $e^{u(x)}$ و $[u(x)]^2$ دوما موجبة.

(2) دراسة إشارة من الشكل $a + b \ln x$ تعتمد على حل متراجحة.

(3) إشارة $\ln|u(x)|$ من إشارة $u(x) - 1$.

أهم قوانين الاشتقاق:

المشتقة	الدالة
0 $f'(x) = 0$	"b عدد حقيقي" $f(x) = e$
1 $f'(x) = 2$	x مثال: $f(x) = 2x$
ax $f'(x) = 2x$	x^n مثال: $f(x) = x^2$ $f(x) = 2x^2$
1 $2\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$
e^x	e^x
$\frac{1}{x}$	$\ln x$
$u' + v'$ $f'(x) = 2x - 2$	$u + v$ مثال: $f(x) = x^2 - 2x + 3$
$u'v + v'u$ $f'(x) = e^x + xe^x$	$u \times v$ مثال: $f(x) = xe^x$
$\frac{u'v - v'u}{v^2}$ $f'(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2}$	$\frac{u}{v}$ مثال: $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x}$
$u'e^{u(x)}$ $f'(x) = -e^{-x+2}$	$e^{u(x)}$ مثال: $f(x) = e^{-x+2}$
$\frac{u'(x)}{u(x)}$ $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$	$\ln(u(x))$ حيث $u(x) > 0$ مثال: $f(x) = \ln(x^2 + 2)$
$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ $f'(x) = \frac{e^x}{2\sqrt{e^x + 3}}$	$\sqrt{u(x)}$ حيث $u(x) > 0$ مثال: $f(x) = \sqrt{e^x + 3}$
$n \times u'(x) \times [u(x)]^{n-1}$ $f'(x) = -2(-x + 4)$	$[u(x)]^n$ مثال: $f(x) = (-x + 4)^2$

ملاحظة : العلامة (') يقصد بها المشتقة .

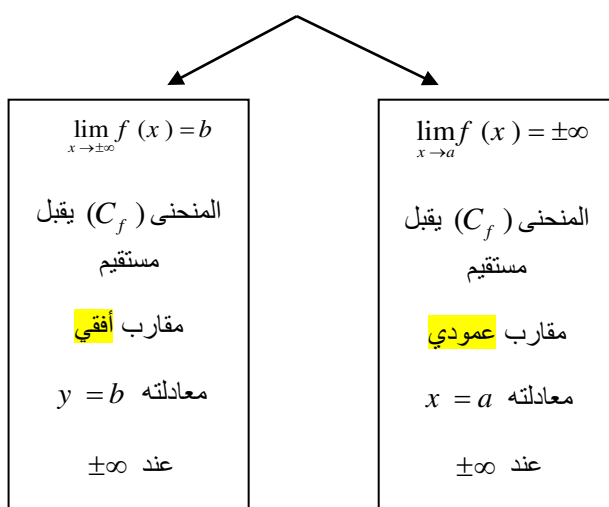
2. تبين أن $g(a) \times g(b) < 0$.

كتابة $f(\alpha)$ بدلالة α

ننطلق من المعادلة $g(\alpha) = 0$ ثم نكتب $\ln \alpha$ أو e^α بدلالة α ثم نعوض قيمتها في f لنحصل على المطلوب.

المستقيمات المقاربة:

أولا من النهايات نستنتج



ثانياً المستقيم المقارب المائل:

معادلته من الشكل $y = ax + b$

السؤال يطلب منك تبين أن المستقيم $y = ax + b$ هو مقارب

مائل للمنحنى (C_f) عند ∞ أي نبين أن

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - y] = 0$$

المماس:

معادلته عند النقطة ذات الفاصلة x_0 هي من الشكل

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

ملاحظة:

✓ معادلة المماس حتى تستطيع كتابته يجب تحديد x_0

✓ معامل توجيه المماس هو $f'(x_0)$

النهايات:

حالات عدم التعيين:

$$\textcircled{1} \infty - \infty ; \textcircled{2} 0 \times \infty ; \textcircled{3} \frac{\infty}{\infty} ; \textcircled{4} \frac{0}{0}$$

حالات يجب الانتباه لها:

$$\frac{\pm\infty}{0^\pm} = \pm\infty \quad \frac{a}{\pm\infty} = 0 \quad \frac{\pm a}{0^\pm} = \pm\infty \quad /1$$

نهاية دالة كثير حدود أو دالة ناطقة عند $+\infty$ أو $-\infty$

(1) النهاية عند $\pm\infty$ لدالة كثير حدود هي نهاية الحد الأكبر عند $\pm\infty$.

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 - 2x + 4 = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 = +\infty$$

(2) النهاية عند $\pm\infty$ لدالة ناطقة هي نهاية الحد الأكبر على الحد الأكبر عند $\pm\infty$.

$$\text{مثال: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 1}{x^3 + e} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

ملاحظة: القاعدتين صحيحتين فقط عند $\pm\infty$ ☺

نهايات التزايد المقارن للدالة الأسية و اللوغاريتمية:

الدالة اللوغاريتمية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{\ln x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n \ln x = 0$$

الدالة الأسية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$$

ملاحظة: هاته النهايات مهمة جداً لإزالة حالة عدم التعيين .

مبرهنة القيم المتوسطة

لتبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α على المجال

$[a; b]$ يكفي تبين أن:

1. الدالة g مستمرة و رتيبة تماماً على المجال $[a; b]$