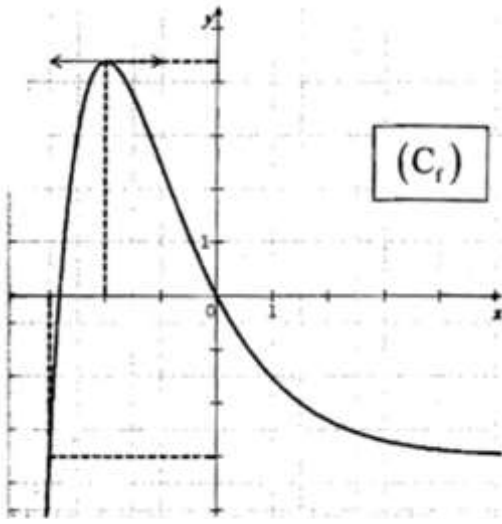


التحريين الأول: [بكالوريا 2013]

- الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$
- (1) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$. فسر النتيجة هندسيا .
- ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- (2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ ، مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
- ب- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1}$ ، ثم استنتج أن المستقيم (Δ') ذا المعادلة $y = 2x - 2$ ، مقارب للمنحنى (C_f) .
- (3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم ، فإن : $f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$.
- استنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
- (4) مثل بيانيا كلا من (Δ) و (Δ') و (C_f) .
- (5) أحسب العدد : $\int_1^2 f(x) dx$ ، ثم فسره هندسيا .

التحريين الثاني: [بكالوريا 2015]

- الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - 3$
- (1) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = \frac{4}{e^x + 1} - 3$
- ب- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
- (2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) أ- جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل .
- ب- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0; -1)$.
- ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(-x) + f(x) = -2$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر .
- د- أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم .
- (4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 0$ ، $x = -\ln 3$ و $y = 0$.
- (5) الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- أ- بين أن h دالة زوجية .
- ب- إعتمادا على المنحنى (C_f) ، إشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق .



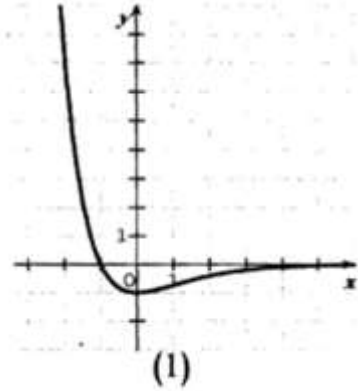
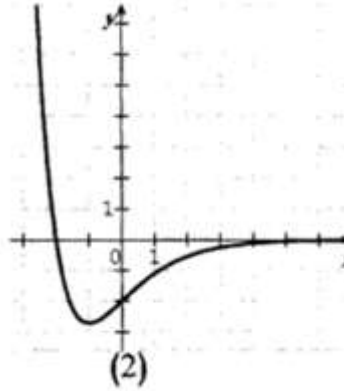
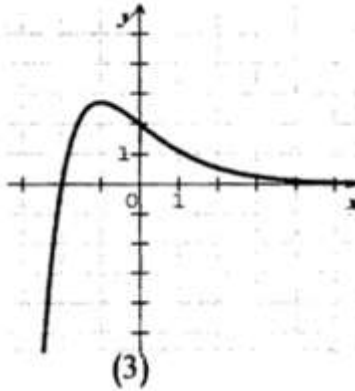
دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = (x+a)e^{-x} + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f) :

أ- عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$.

ب- عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$.

ج- من بين المنحنيات الثلاثة (1)، (2)، (3) عين، مع التبرير، المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = (x+3)e^{-x} - 3$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته له.

د- بين أن المعادلة $f(x) = -2$ تقبل في المجال $[0; +\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين 1,50 و 1,52.

(3) نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F(x) = (-x-4)e^{-x}$ وليكن العدد الحقيقي I حيث: $I = \int_{-2}^0 f(x) dx$

أ- أحسب $F'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب- أعط تفسيراً بيانياً للعدد I مبررا الحصر التالي $4,5 < I < 5$ باعتبارات بيانية محضة.

ج- أحسب العدد I .

(1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$

أ- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$)

ب- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن دالتها المشتقة f' تحقق: $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$.

ج- أدرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

(2) (C) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]-\infty; 1]$.

أ- بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d) .

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,11 < \alpha < -2,10$ و $0,81 < \beta < 0,82$ وفسر النتيجة هندسياً.

ج- أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C) .

(3) عين دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty; 1]$.

التمرين الخامس: [بكالوريا 2014]

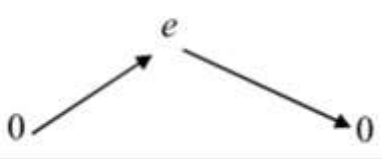
- الدالة العددية f معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 6(1 - 2x)e^{-x} + 5$.
- (I) (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً. (يعطى: $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$)
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أنشئ (C_f) .
- (4) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 3,5$ تقبل في $[0; 7]$ حلين مختلفين α, β حيث $0,7 < \alpha < 0,8$ و $2,9 < \beta < 3$.
ب- حل بيانياً في المجال $[0; 7]$ المتراجحة: $f(x) \leq 3,5$.
- (5) أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $[0; 7]$ بـ: $g(x) = (ax + b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة h المعرفة على $[0; 7]$ بـ: $h(x) = 6(1 - 2x)e^{-x}$.
ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $[0; 7]$.
- (II) الكلفة الهامشية C_M لصناعة كمية x (مقدرة بالطن) من منتج، حيث x ينتمي إلى المجال $[0; 7]$.
- تمذج بالدالة f أي: $C_M(x) = f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدينانير).
- (1) حدد كمية المنتج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن، وما هي قيمة هذه الكلفة؟ (تدور النتائج إلى 10^{-2})
- (2) ما هي كميات المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 3,5 مليون دينار؟
- (3) نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية.
- أ- بين أن الكلفة الإجمالية C_T معرفة بـ: $C_T(x) = (12x + 6)e^{-x} + 5x + k$ حيث k عدد حقيقي.
- ب- حدد k إذا علمت أن المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0) = 2$).

التمرين السادس: [بكالوريا 2017]

- نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{e^x - 1}$.
- (I) (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- (1) أ- أحسب النهايات: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ وفسر بيانياً النتائج المحصل عليها.
ب- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإن: $f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$.
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 1$.
- (2) عين معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.
- (3) نعتبر الدالة g المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = f(x) - \frac{9}{4}(x - \ln 3) - 1$.
- الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .
- أ- أحسب $g(\ln 3)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .
- ب- أدرس على المجال $[0; +\infty[$ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المماس (T) ، ثم فسر ذلك بيانياً.
- (4) أحسب $f(\ln 2)$ ثم أرسم (T) و (C_f) على المجال $] -\infty; 0[\cup] 0; 3]$.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

التحريين السابع: [بكالوريا 2012]

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

جدول التغيرات المقابل هو للدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = (x+1)e^{1-x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي: $y = -x + 3$.

(2) g هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $g(x) = -xe^{1-x} + 1$.

أ- أدرس اتجاه تغير الدالة g .

ب- أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-1; +\infty[$.

(3) h هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ: $h(x) = (x+1)e^{1-x} + x - 3$.

أ- لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $h(x) = f(x) + x - 3$ ، ثم استنتج أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$.

ب- بين أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $h'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h .

ج- تحقق أن المعادلة: $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; +\infty[$ يطلب تعيينه.

د- حدد إشارة $h(x)$ ، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

هـ- أنشئ كلا من المماس (Δ) والمنحنى (C_f) .

التحريين الثامن: [بكالوريا 2018]

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$.

أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g(x) > 0$. (لا يطلب حساب النهايات)

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + xe^{-x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

2- بين أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

3- بين أن المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3,75 < \alpha < 3,77$.

4- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f) .

5- نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - (x+1)e^{-x+1}$.

أ- بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

ب- أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x) dx$ ، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد.

6- نمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بالآلاف الوحدات) حيث $0 \leq q \leq 7$ بالدالة f المعرفة سابقا أي:

$$C_m(q) = f(q) \quad \text{حيث: } q \in [0; 7]. \quad (\text{الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدينار})$$

أ- ما هي كمية المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار؟

ب- نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية. أحسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية

عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة.