

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (04 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \leq n + 3$.
- ب - أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n + 3 - u_n)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

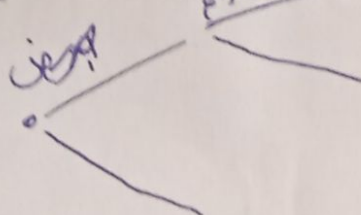
2. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n$.
- أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ ، يطلب تعيين حدما الأول.

ب - تحقق أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = n + 3 \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

3. أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n^2}$.

التمرين الثاني (05 ن)

يحتوي كيس على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس ، منها 6 بيضاء مرقمة بـ : $0, 1, 2, 2, 2, 2$ و 4 كريات خضراء مرقمة بـ : $-1, -1, -1, -1$.



$$P(A \cap B) = P_A(C) \times P(A)$$

$$P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A) = \frac{3}{2(2-1)}$$

$$C_3^2 \times C_4^1 + C_5^3$$

$$C_3^2 \times C_4^1 + C_5^3$$

- (1) أ - أحسب احتمال الحوادث التالية :

الحادثة A " الحصول على 3 كريات تحمل نفس الرقم " .

الحادثة B " الحصول على 3 كريات من نفس اللون " .

الحادثة C " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها سالبة تماما " .

ب - بين أن $p(A \cap B) = \frac{1 \times 5}{24 \times 5}$ ، ثم أحسب $p(A \cup B)$ و $p_B(A)$.

- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب عدد الكرات الخضراء المسحوبة .

أ - عين قيم X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب - أحسب الامل الرياضي $E(X)$ للمتغير X .

- (3) نسحب الآن عشوائيا 3 كريات على التوالي و بالارجاع .

• أحسب احتمال الحادثة E حيث : E " الكرات المسحوبة تحمل أرقام مختلفة في الإشارة " .

موجب موجب موجب
موجب موجب موجب
موجب موجب موجب
موجب موجب موجب

موجب موجب موجب
موجب موجب موجب
موجب موجب موجب
موجب موجب موجب

موجب موجب موجب
موجب موجب موجب
موجب موجب موجب
موجب موجب موجب

التمرين الثالث : (04 ن)

عين الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الآتية في كل حالة :

1. مجموعة حلول المعادلة : $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$ ذات المجهول x في المجال $+\infty[; 0]$ هي :

- أ - $S = \{e^3\}$.
- ب - $S = \{-2 ; 3\}$.
- ج - $S = \{e^{-2} ; e^3\}$.

2. العدد الحقيقي $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$ يساوي :

جـ - $\ln 4043$

ب - $\ln 2022$

$$= \frac{1+e^{-x}}{e^x} f' \frac{2022}{e^x} = \frac{(e^x + e^{-x}) - (e^x + 1)e^{-x}}{e^x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x} = 1 - \frac{1}{e^{2x}}$$

3. حل المعادلة التفاضلية : $y' = \frac{2x+1}{x+1}$ و الذي يحقق $y(0) = -2$ هو :

أ - $y = -2x + \ln|x+1| + 1$. ب - $y = 2x - \ln|x+1| - 2$. جـ - $y = x + \ln|x+1|$

4. a عدد حقيقي ، الأعداد : a ، $3+a$ و $9+a$ بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية هندسية من أجل :

جـ - $a = 5$

ب - $a = 9$

أ - $a = 3$

التمرين الرابع: (07 ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $g(x) = \frac{x+1}{2x+1} - \ln x$.

1. أثبت أن الدالة g متناقصة تماما على $]0; +\infty[$.

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.8 < \alpha < 1.9$ ، ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$: $f(x) = \frac{2\ln x}{x^2+x}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; I; J)$ و $\|J\| = 2cm$.

1. أحسب كلا من : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا .

2. أ - بين أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{2(2x+1)g(x)}{(x^2+x)^2}$.

ب - استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ و متناقصة تماما على المجال $]0; \alpha]$.

ج - تحقق أن : $f(\alpha) = \frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$ ، ثم استنتج حصر $f(\alpha)$.

$$\frac{2}{3} \times 3 \times 2$$

د - شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4. أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) .

5. أ - جد دالة أصلية للدالة $\frac{\ln x}{x}$ ، ثم باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H الدالة الأصلية للدالة :

$x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ ، و التي تنعدم عند 1 .

ب - تحقق أنه من أجل كل $x \geq 1$: $\frac{\ln x}{x^2} \leq f(x) \leq \frac{\ln x}{x}$.

ج - $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها : $y = 0$ و

$x = \alpha$ و $x = 1$

استنتج حصر $A(\alpha)$.

2

$$\frac{1}{t^2} = -\frac{1}{t} \quad \frac{1 \times 1}{t^2}$$

بالتوفيق في شهادة البكالوريا