

الواجب المنزلي رقم (01) في مادة الرياضيات

سلم يوم: 2025/10/19

يناقش يوم: 2025/11/....

القسم: سنة ثانية علوم تجريبية

يعاد يوم: 2025/10/26

تمرين رقم (1) :

- نعتبر الدالتان العدديتان f و g للمتغير الحقيقي x المعرفتان بـ: $f(x) = \sqrt{x-3} - 2$ و $g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x-3}+2}$.
- ① عين مجموعة تعريف كل من الدالتين f و g .
 - ② هل الدالتين f و g متساويتان؟
 - ③ عين الدالة $f \circ h$ حيث h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = x^2 + 3$.

تمرين رقم (2) :

- (I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{4x-7}{x-2}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- ① أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$.
 - ② فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما.
 - ③ استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; 3]$ و $]3; +\infty[$. ثم شكل جدول تغيراتها.
 - ④ بين أن النقطة $\Omega(2; 4)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
 - ⑤ بين كيفية رسم المنحنى (C_f) إنطلاقاً من منحنى دالة مرجعية، ثم أرسمه.
- (II) الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $g(x) = |f(x)|$.
- ① اكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة.
 - ② إشرح كيف يمكن إنشاء التمثيل البياني (C_g) للدالة g إنطلاقاً من التمثيل البياني (C_f) . ثم أرسمه.
- (III) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ: $h(x) = \frac{4|x|-7}{|x|-2}$.
- ① اكتب عبارة الدالة h بدون القيمة المطلقة. ثم أوجد العلاقة بين الدالة h والدالة f .
 - ② بين أن h دالة زوجية، ثم استنتج طريقة لرسم منحنى الدالة h انطلاقاً من منحنى الدالة f وارسمه.

تمرين رقم (3) :

نعتبر كثير الحدود $p(x)$ المعرف على $\mathbb{R}$ بـ: $p(x) = 2x^3 - 8x^2 - 14x + m$.

(I) عين قيمة m حتى يكون -2 جذرا لـ $p(x)$.

(II) نضع $m = 20$ أي $p(x) = 2x^3 - 8x^2 - 14x + 20$.

- ① احسب $p(1)$. ماذا تستنتج ؟
- ② جد الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $p(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
- ③ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $p(x) = 0$.
- ④ ادرس إشارة $p(x)$. ثم استنتج إشارة $p\left(\frac{2026}{1447}\right)$.
- ⑤ استنتج حلول المتراجحة: $p(x) \leq 0$.
- ⑥ عين حلول المعادلة $p(x+4) = 0$ ، ثم استنتج تحليلا لـ $p(x+4)$.
- ⑦ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $2x^6 - 8x^4 - 14x^2 + 20 = 0$.

أستاذ المادة: فراحتية المحفوظ

حل المسألة رقم 101

$$f(x) = \sqrt{x-3} - 2 \text{ و } g(x) = \frac{x-7}{\sqrt{x-3}+2}$$

① - تعيين D_f و D_g :

$$f \text{ معرفة معناه } x-3 \geq 0 \text{ أي } x \geq 3 \text{ أي } x \in [3; +\infty[$$

$$g \text{ معرفة معناه } x-3 \geq 0 \text{ أي } x \geq 3 \text{ أي } x \in [3; +\infty[$$

② - الدالتان f و g متساويتان :

$$\text{لأن } D_f = D_g = [3; +\infty[\text{ ولدينا من أجل } x \in [3; +\infty[$$

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{(x-7)(\sqrt{x-3}-2)}{(\sqrt{x-3}+2)(\sqrt{x-3}-2)} = \frac{(x-7)(\sqrt{x-3}-2)}{x-3-4} = \\ &= \frac{(x-7)(\sqrt{x-3}-2)}{(x-7)} = \sqrt{x-3}-2 = f(x) \end{aligned}$$

③ - تعيين الدالة $f \circ h$:

$$h(x) \in D_f \text{ و } x \in D_h$$

$$\text{معناه } (x^2+3) \in [3; +\infty[\text{ و } x \in \mathbb{R}$$

$$x^2+3 \geq 3 \quad \text{أي}$$

$$x^2 \geq 0 \quad \text{أي} \quad (x \text{ مربعة دوماً})$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ h} = \mathbb{R}$$

اذن

ولدينا من أجل $x \in \mathbb{R}$ في

$$(f \circ h)(x) = f(h(x)) = \sqrt{h(x)-3} - 2 = \sqrt{x^2+3-3} - 2 = |x| - 2$$

حل المسألة رقم 102

$$f(x) = \frac{4x-7}{x-2}, \quad D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

① - لدينا :

① - تعيين العدد a و b :

$$f(x) = a + \frac{b}{x-2} = \frac{ax - 2a + b}{x-2}$$

$$a=4 \text{ و } -2a+b=-7 \quad \text{أي} \quad b=1$$

$$f(x) = 4 + \frac{1}{x-2}$$

اذن

② - تعيين الدالة f :

$$x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{v} 4 + \frac{1}{x-2}$$

$$f = v \circ u$$

① -

حيث u دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ $u(x) = x - 2$

و v دالة معرفة على $] -\infty; 2[\cup] 2; +\infty[=] -\infty; 0[\cup] 0; +\infty[$

$$v(x) = 1 + \frac{4}{x}$$

③. استخرج إحياء بعيم الدالة f :

- على مجال $] -\infty; 2[$:

لدنيا u دالة تآلفية متزايدة تمامًا

على $] -\infty; 2[$.

و v دالة دالة مقلوب في عدد موجب

زائد عدد حقيقي. متناقصة تمامًا

$$u(]-\infty; 2[) =]-\infty; 0[$$

اذن الدالة f متناقصة تمامًا على $] -\infty; 2[$

- جدول تغيرات الدالة f :

على مجال $] 2; +\infty[$

لدنيا u دالة تآلفية متزايدة

تمامًا على $] 2; +\infty[$

و v دالة مقلوب في عدد موجب

زائد عدد حقيقي. متناقصة تمامًا

$$u(]2; +\infty[) =]0; +\infty[$$

اذن f متناقصة تمامًا على $] 2; +\infty[$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$			

④. تبين أن النقطة $M(2, 4)$ مركز تناظر لـ f :

من أجل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ و $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ و $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ و $x \in \mathbb{R} - \{2\}$

$$f(2(2) - x) + f(x) = f(4 - x) + f(x)$$

$$= 4 + \frac{1}{4-x-2} + 4 + \frac{1}{x-2} = 8 + \frac{x}{-x+2} + \frac{1}{x-2} = 8 = 2 \times 4$$

اذن النقطة $M(2, 4)$ مركز تناظر لـ f

⑤. سترح كيفية إنشاء (φ) :

لدنيا $f(x) = 4 + \frac{1}{x-2}$ اذن (φ) صورة التمثيل البياني للدالة مقلوب

$$\vec{v} \begin{pmatrix} -a \\ b \end{pmatrix} = \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

II - لنيا $\mathbb{R} - \{2\}$: $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$: $g(x) = |f(x)|$

①. كتاب g و D_f من حيث مسئلة

$$g(x) = \begin{cases} f(x) ; x \in]-\infty; 2[\cup] \frac{7}{2}; +\infty[\\ -f(x) ; x \in]2; \frac{7}{2}[\end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} f(x) ; f(x) > 0 \\ -f(x) ; f(x) < 0 \end{cases}$$

④- شرح كيفية اشتاء (٢٩) :

١٤ $x \in]-\infty; 2[\cup]\frac{7}{2}; +\infty[$ فإن (٢٩) ينطبق على (٢٩)
 ١٤ $x \in]2; \frac{7}{2}]$ فإن (٢٩) ينطبق على (٢٩) كدور الفواصل.

III- لدينا $h(n) = \frac{4|n|-7}{|n|-2} = f(|n|)$; $D_h = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$

①- كتابة h دوراً ومترجمة المثلثات :

$$h(n) = \begin{cases} \frac{4x-7}{x-2} ; x > 0 \\ \frac{-4x-7}{-x-2} ; x \leq 0 \end{cases}$$

علاقة بين الدالة h و f :

$$h(x) = f(|x|) \text{ أي } h(n) = \begin{cases} f(n) ; n \geq 0 \\ f(-n) ; n \leq 0 \end{cases}$$

②- تبين أن h دالة زوجية :

لدينا من أجل $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ أي $x \neq -2$ و $x \neq 2$ أي $x \neq \pm 2$ و $x \neq 0$

أي $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ أي $x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$ متناظرة بالنسبة لـ 0.

دليلاً $h(-x) = f(1-x) = f(1+x) = h(x)$

اذن h دالة زوجية.

شرح كيفية اشتاء (٢٩) :

من أجل $x > 0$ نجد (G_h) ينطبق على (٢٩). وكون h دالة

زوجية متناظرة متناظرة بالنسبة لمحور التناظر.

حل المسألة رقم 03 :

لدينا $P(x) = 2x^3 - 8x^2 - 14x + m$

I- لاختبار قيمته m حتى يكون 2 جذراً لـ P(x) :

لدينا $P(-2) = 0$ معناه $-16 - 32 + 28 + m = 0$ أي $-20 + m = 0$ أي

$m = 20$ أي

II- نضع $m = 20$ نجد $P(x) = 2x^3 - 8x^2 - 14x + 20$

①- حساب P(1)

$P(1) = 2 - 8 - 14 + 20 = 22 - 22 = 0$

نتبع أن 1 جذراً لـ P(x)

- ③ -

② - نحسب الأعداد a, b, c بحيث:

	2	-8	-14	20
1	0	2	-6	-20
	2	-6	-20	0

$$P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

نحل بطريقة صور نم بحد:

$$P(x) = (x-1)(2x^2 - 6x - 20) \quad \text{أي}$$

③ - حل المعادلة $P(x) = 0$

لدينا $P(x) = 0$ أي $x-1=0$ أو $2x^2 - 6x - 20 = 0$ $\Delta = 36 + 160 = 196 \leftarrow$
 $x=1$ أو للمعادلة حلان $x_1=5$ و $x_2=-2$

$$S = \{1, 5, -2\} \quad \text{أي}$$

④ - استنتاج $P(x)$:

استنتاج! $P\left(\frac{2026}{1447}\right)$

$$\frac{2026}{1447} = 1.4 \in [1, 5] \quad \text{لدينا}$$

$$P\left(\frac{2026}{1447}\right) < 0 \quad \text{اذن}$$

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$
$x-1$	-	-	0	+	+
$2x^2 - 6x - 20$	+	0	-	-	+
$P(x)$	-	0	+	0	+

⑤ - استنتاج حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$:

$$S =]-\infty, -2] \cup [1, 5]$$

⑥ - حل المعادلة $2x^6 - 8x^4 - 14x^2 + 20 = 0$

⑦ - حل المعادلة $P(x+4) = 0$

يوضع $x = x^2$ مع $x > 0$ نجد

$$2x^3 - 8x^2 - 14x + 20 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 5 \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \\ x = -2 \text{ (مرفوضا)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, x = 1 \\ x = -\sqrt{5}, x = \sqrt{5} \end{cases} \quad \text{أي}$$

$$S = \{-1, -\sqrt{5}, \sqrt{5}, 1\}$$

منه سؤال ③ نجد

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = -6 \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} x+4 = 1 \\ x+4 = 5 \\ x+4 = -2 \end{cases}$$

أي حلول معادلة $P(x+4) = 0$

$$S = \{-3, 1, -6\}$$

استنتاج تحليل $P(x+4)$

$$P(x+4) = 2(x+3)(x-1)(x+6)$$

.. رسم (C_f) ، (C_g) و (C_R)

