

## التمرين الأول: (5 ن)

المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0, \vec{u}, \vec{v})$ 

الجزء I:

I. نضع A, B, I النقط ذات اللواحق على الترتيب  $z_A = 3 + 2i$ ,  $z_B = -3$ ,  $z_I = 1 - 2i$ .(1) أكتبي العدد المركب L حيث  $L = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$  على الشكل الجبري.

- ما طبيعة المثلث IAB.

(2) أحسبي  $z_C$  لاحقة النقطة C صورة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2.(3) D مرجح الجملة  $\{(A, 1), (B, -1), (C, 1)\}$ - عين  $z_D$  لاحقة النقطة D.

(4) بين أن ABCD مربع.

II. عين  $(r)$  مجموعة النقط M من المستوى حيث  $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = \frac{1}{2} \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$ 

الجزء II:

E نقطة لا حقتها  $3i$ .f هي الدالة التي ترفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث  $M \neq E$  النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:  $z' = \frac{3iz-7}{z-3i}$ .(1) أ) أنشري  $(z-7i)(z+i)$ .

(ب) بيني أن للدالة f نقطتين صامدتين F, K يطلب إحداثيتهما.

(2) نضع (C) الدائرة ذات القطر [FK], M تمثل نقطة من (C) حيث  $M \neq F$  و  $M \neq K$ .

M' صورة M بالدالة f.

(أ) برري أن اللاحقة z للنقطة M هي:  $z = 3i + 4e^{i\theta}$  حيث  $\theta$  من  $\mathbb{R}$ (ب) أكتبي  $z'$  بدلالة  $\theta$  استنتجي أن M' تنتمي أيضا إلى (C).(ج) برهني أن  $z' = -\bar{z}$ 

ثم استنتجي الإنشاء الهندسي للنقطة M' ثم أنشئ M'.

(د) نضع  $(\sigma)$  الدائرة التي مركزها E ونصف قطرها  $v$  ( $v > 0$ )حددي صورة  $(\sigma)$  بالتحويل f.

## التمرين الثاني: (5 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . $(P_m)$  مجموعة النقط  $M(x, y, z)$  من الفضاء حيث:

$$(m^2 + 3)x + 4y + 2mz + m^2 - 7m = 0 \quad (P_m) \text{ حيث } m \text{ وسيط حقيقي.}$$

1. بيني أن  $(P_m)$  مستوى يطلب تعيين شعاع ناظمي له وليكن  $\vec{N}_m$

2. نسمي (Q) المستوى ذو المعادلة  $x + y + 4z + 1 = 0$

و (D) المستقيم ذو التمثيل الوسيطى:  $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 3t + 1 \\ z = -4t + 1 \end{cases}$  حيث  $t$  من  $\mathbb{R}$

عيني شعاع ناظمي  $\vec{w}$  للمستوي Q.

وشعاع توجيه  $\vec{u}$  للمستقيم (D).

3. أ) عيني (E) مجموعة قيم  $m$  بحيث  $(P_m)$  عمودي على (Q)

ب) عيني (F) مجموعة قيم  $m$  بحيث  $(P_m)$  يوازي (D).

ج) عيني (G) مجموعة قيم  $m$  بحيث  $(P_m)$  يعامد (D).

4. لتكن (S) سطح كرة مركزها O ونصف قطرها 1.

أ) عيني بدلالة  $m$  المسافة  $d_m$  بين النقطة O والمستوى  $(P_m)$ .

ب) أحسبي  $d_1, d_0, d_2$  ماذا تستنتجين بالنسبة إلى وضعية (S) بالنسبة للمستويات  $(P_1), (P_0), (P_2)$ .

ج) عيني مجموعة قيم  $m$  بحيث  $(P_m)$  مماسا لـ (S).

- عيني إحداثيات T نقطة التماس بين (S) و  $(P_1)$ .

### التمرين الثالث: (7ن)

I.  $n$  عدد طبيعي غير معدوم،  $f_n$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f_n(x) = xe^x - nx$

$(C_n)$  تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ .

$g$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = (1+x)e^x - n$

1) أحسبي الدالة المشتقة للدالة  $g$  ثم شكلي جدول تغيرات  $g$  كاملا.

2) بيني أن  $g$  تتعدم عند قيمة وحيدة  $a_n$  وأن  $a_n$  موجبة أو معدومة (ناقش حسب قيم  $n$ ).

3) بيني أن  $0 \leq a_n \leq \ln n$  و  $a_n = \ln\left(\frac{n}{1+a_n}\right)$

4) أ) بيني أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماما لدينا:  $\ln x \leq x - 1 \dots (*)$  (يمكن دراسة تغيرات  $x \rightarrow \ln x - x + 1$ )

ب) استنتجي من (\*) إشارة  $g(\ln \sqrt{n})$ .

د) استنتجي من السؤال (1) إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  ثم برري أن  $\frac{1}{2} \ln n \leq a_n$  ما هي نهاية المتتاليتين المعرفتان بعبارة حددهما العام  $a_n$  و  $\frac{a_n}{n}$ .

II. 1) أ) أحسبي الدالة المشتقة للدالة  $f_n$ ، استنتجي تغيرات  $f_n$ .

ب) أحسبي نهايات الدالة  $f_n$  عند حدود مجموعة تعريفها.

ج) بيني أن  $f_n(a_n) = \frac{-na_n^2}{1+a_n}$

2) بيني أن  $(C_n)$  يقبل مقاربا  $(D_n)$  عند  $-\infty$  يطلب تعيينه.

3) عيني نقاط تقاطع  $(C_n)$  مع محور الفواصل ثم حدي وضعية  $(C_n)$  بالنسبة إلى محور الفواصل.

4) أدرسي الوضعية النسبية للمنحنيين  $(C_n)$  و  $(C_{n+1})$ .

5) أ) بيني أن  $0.35 \leq a_2 \leq 0.40$ . استنتجي حصدا للعدد  $f_2(a_2)$ .

ب) أرسى  $(C_1)$  و  $(C_2)$  في نفس المعلم باستعمال النتائج السابقة (نختار وحدة الطول 10cm على المحورين) محددا

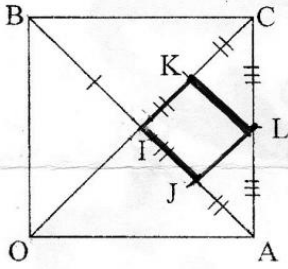
المماسين عند النقطة 0 للمنحنيين  $(C_1)$  و  $(C_2)$ .

**\*اختاري تمرين واحد فقط من بين التمرينين الرابع والخامس**

**التمرين الرابع: (3 ن)**

- (1) أ) برهني أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $2^{3n} - 1$  مضاعف للعدد 7.  
 ب) استنتجي أن العدد  $2^{3n+1} - 2$  و  $2^{3n+2} - 4$  مضاعفين للعدد 7.
- (2) عيني بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $2^n$  على 7.
- (3) ليكن  $P$  عددا طبيعيا وليكن  $A_P$  العدد الطبيعي المعروف بـ:  $A_P = 2^P + 2^{2P} + 2^{3P}$   
 أ) إذا كان  $P = 3n$  عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_P$  على 7.  
 ب) برهني أنه إذا كان  $P = 3n + 1$  فإن العدد  $A_P$  يقبل القسمة على 7.  
 ج) أدرسي الحالة  $P = 3n + 2$ .
- (4) نعتبر العددين الطبيعيين  $a$  و  $b$  المكتوبين في النظام الثاني:  $a = \overline{1001001000}$  و  $b = \overline{1000100010000}$   
 تحققي أن العددين  $a$  و  $b$  هما من الشكل  $A_P$ .  
 هل العددان  $a$  و  $b$  يقبلان القسمة على 7.

**التمرين الخامس: (3 ن)**



- المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(0, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ .  
 نضع  $z_A = 1$  و  $z_B = i$  لاحقا على الترتيب  $A$  و  $B$ .  
 I مركز المربع OACB، J، K، L منتصفات. - لاحظي الشكل -
- (1) بيني أن IJLK مربع.
- (2) عيني تشابها مباشرا S يحول O إلى I ويحول B إلى K (العبرة المركبة)  
 - عيني لاحقة المركز  $\Omega$  للتشابه S.
- (3) h تحاك مركزه I ويحول 0 إلى K.  
 - عيني نسبة هذا التحاكي ثم عبارته المركبة.
- (4) عيني العبرة المركبة للتحويل Soh مع تعيين عناصره المميزة.