

التمرين رقم 01 (04 ن):

• في كل حالة من الحالات الثلاثة الآتية، تم اقتراح ثلاثة إجابات، إجابة واحدة فقط صحيحة حددها مع التعليل:

① مجموعة حلول المتراجحة $\ln[\ln(\ln x)] \geq 0$ هي :

(أ) $S = [e; +\infty[$ (ب) $S = [e^e; +\infty[$ (ج) $S = [e^3; +\infty[$

② لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

(أ) $f(1-x) = f(-x)$ (ب) $f(-x) = f(x)$ (ج) $f(-x) = -f(x)$

③ g هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $1 + y + y' = 0$ حيث $g(\ln 2) = 0$ ، من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا :

(أ) $g(x) = -1 - 2e^{-x}$ (ب) $g(x) = -1 + 2e^{-x}$ (ج) $g(x) = e^x - 2$

④ $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بـ : $U_n = 11 \times 3^n$ ، من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = U_0 + 4U_1 + 4^2U_2 + \dots + 4^nU_n$

(أ) $S_n = 3^{n+1} - 1$ (ب) $S_n = 4^{n+1} - 1$ (ج) $S_n = 12^{n+1} - 1$

التمرين رقم 02 (06 ن):

I. $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_1 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3}$

① برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن : $u_n > 2$.

② بين أن $u_{n+1} - u_n = \frac{(2+u_n)(2-u_n)}{u_n+3}$

③ استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما و متقاربة.

④ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم فإن : $u_n = 2 \left(\frac{5^n + 1}{5^n - 1} \right)$

⑤ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

II. من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$.

① بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $v_{n+1} - 5v_n = 0$ ثم استنتج نوعية المتتالية (v_n) .

② من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بين أن $S_n = \frac{5(5^n - 1)}{4}$

③ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $w_n = e^{2v_n}$ و $P_n = w_1 \times w_2 \times \dots \times w_n$ بين أن $P_n = \sqrt{e^{5(5^n - 1)}}$



I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]1; +\infty[$ ب : $g(x) = x^4 - 18x^2 + 1$

1 شكل جدول تغيرت الدالة g على المجال .

2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $4,23 < \alpha < 4,24$.

3 استنتج إشارة $g(x)$ لما $x > 0$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ بالعلاقة : $f(x) = x - 4 + \frac{8e^{2x}}{e^{2x} - 1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1 أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(e^x)}{(e^{2x} - 1)^2}$

2 بين أن : إذا كان $x \geq \ln \alpha$ فإن $f'(x) \geq 0$ وإذا كان $0 < x \leq \ln \alpha$ فإن $f'(x) \leq 0$

3 أثبت أن : من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$ فإن : الدالة f فردية . ماذا يمكن القول عن (C_f) ؟

4 احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتائج هندسيا .

5 شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$.

6 بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) في جوار $(-\infty)$ معادلته $y = x - 4$.

6 استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ') في جوار $(+\infty)$ يطلب تعيين معادلته له.

7 ارسم المستقيمين المقاربين (Δ) و (Δ') والمنحنى (C_f) نأخذ $f(\ln \alpha) \approx 5,9$.

III. n عدد طبيعي أكبر تماما من 1 .

لتكن $A(n)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = x + 4$

و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = \ln \sqrt{n}$ و $x = \ln \sqrt{n+1}$.

1 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 فإن : $A(n) = 4 \ln \left(\frac{n^2}{n^2 - 1} \right)$

2 احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} A(n)$.

IV. من أجل كل عدد طبيعي n أكبر تماما من 1 نضع : $S_n = A(2) + A(3) + \dots + A(n)$.

1 بين أن : $S_n = 4 \ln \left(\frac{2n}{n+1} \right)$.

2 أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.