

1- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\{-2; 2\}$  بـ :  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$

أ- بين أنه يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل :  $f(x) = 1 + \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2}$  حيث  $a, b$  اعداد حقيقية يطلب تعيينهما .

ب- استنتج مجموعة الدوال الأصلية للدالة  $f$  .

2- أنشر العبارة  $(x-2)(y-3)$  ثم عين كل الثنائيات  $(x, y)$  من الاعداد الصحيحة التي تحقق :  $xy = 3x + 2y$  .

ب- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة الاقليدية للعدد  $3^n$  على 10 .

ت- بين أنه من أجل كل عدد طبعي  $n$  :  $9 \times 2022^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$

ث- عين الأعداد الطبيعية  $n$  حيث :  $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10]$  و  $10 < n \leq 25$  .

التمرين الثاني : (06 نقاط) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة والمتزايدة تماما على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

ونسَمي  $(C_f)$  منحنىها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أ.  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_0 = 1$  ,  $u_{n+1} = \frac{3u_n}{u_n + 1}$

1 - على الوثيقة المرفقة مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)$  (دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء) .

2 - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها .

3 - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_n < 2$  .

4 - ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها . ثم عين  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

II. نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$  .

أ- اثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  . تحقق من نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

ت- اكتب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = \frac{u_0}{u_0 - 2} + \frac{u_1}{u_1 - 2} + \dots + \frac{u_n}{u_n - 2}$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \ln x + 1 - \frac{1}{x}$

- 1- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .
- 2- احسب  $f(1)$  ثم استنتج إشارة  $f(x)$  على  $]0; +\infty[$  .
- 3- لتكن الدالة  $F$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  حيث :  $F(x) = x \ln x - \ln x$ 
  - أ- بين أن  $F$  دالة أصلية لـ :  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  .
  - ب- استنتج أن دالة  $F$  متزايدة تماما على  $]1; +\infty[$  .
  - ت- بين ان المعادلة  $F(x) = 1 - e^{-1}$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]1.90; 1.96[$  .

II. نعتبر الدالتين  $g$  و  $h$  المعرفتين على  $]0; +\infty[$  حيث :  $g(x) = \frac{1}{x}$  و  $h(x) = \ln x + 1$

حيث  $(C_g)$  و  $(C_h)$  منحنيهما البياني في مستوى منسوب الى معلم متعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

- 1- استنتج الوضع النسبي لـ  $(C_h)$  بالنسبة لي  $(C_g)$  .
- 2- بين كيف يتم إنشاء  $(C_h)$  انطلاقا من لتمثيل البياني لدالة اللوغاريتم النبيري ثم أنشئ  $(C_g)$  .
- 3- نضع  $A$  مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين  $(C_h)$  ,  $(C_g)$  و المستقيمين ذو المعادلتين  $x = e^{-1}$  ,  $x = 1$  .

أ- عبر عن  $A$  بدلالة  $f(x)$  .

ب- بين أن  $A = 1 - e^{-1}$  .

انتهى الموضوع