التمرين

I) ABC مثلث كيفي .

1. أنشئ النقطة K حيث $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ثم بين أن $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
2. أنشئ النقطة N حيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$
3. استنتج أن النقط A ، K و N في استقامية.

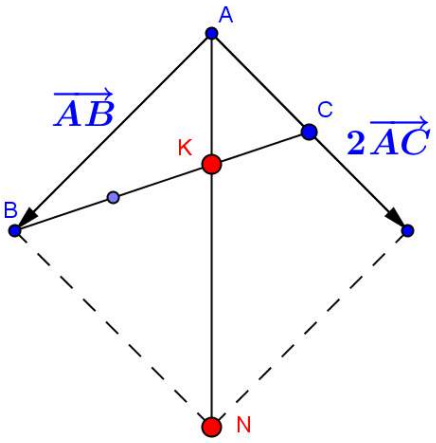
II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $C(2;3)$

1. عين احداثيي النقطة A ثم استنتج أن احداثيي النقطة B هي $B(1;3)$.
2. جد احداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.
3. احسب احداثيي النقطة N بحيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.
4. K نقطة فاصلتها $\frac{5}{3}$ عين ترتيبه النقطة K بحيث النقط A ، K و N في استقامية.
5. أكتب معادلة للمستقيم (AC) ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و يوازي (AC) .

حل:

I) ABC مثلث كيفي .

1. إنشاء النقطة K حيث $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.



- بين أن $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

لدينا $\overrightarrow{BK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ باستعمال علاقة شال نجد $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)$ معناه

$$\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}$$

معناه $\overrightarrow{AK}=\frac{-1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ معناه $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .....و ـ هـ ـ م .

2. إنشاء النقطة N حيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.
3. استنتاج أن النقط A ، K و N في استقامية.

لدينا $\begin{cases}\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} & .....(1)\\ \overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC} & .....(2)\end{cases}$ بضرب العلاقة (1) في العدد 3 نجد $3\overrightarrow{AK}=3\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

وعليه $3\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AN}$ ومنه الشعاعان $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{AN}$ مرتبطان خطيا ومنه المستقيمان (AK) و (AN) متوازيان ولهما نقطة مشتركة إذن المستقيمان (AK) و (AN) منطبقان وعليه النقط A ، K و N في استقامية.

www.dzexams.com

(II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $C(2;3)$

1. تعين احداثيي النقطة A ثم استنتج أن احداثيي النقطة B هي $B(1;3)$.

لدينا $\overrightarrow{OA}=\vec{i}+2\vec{j}$ ومنه $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ ومن جهة لدينا $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A-x_O\\y_A-y_O\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}x_A\\y_A\end{pmatrix}$ بالمطابقة نجد $x_A=1$ و $y_A=2$ ومنه $A(1;2)$

وكذلك لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و من جهة لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\end{pmatrix}$. ومنه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-1\\y_B-2\end{pmatrix}$ بالمطابقة نجد $x_B-1=0$ و $y_B-2=1$ وعليه

$x_B=1$ و $y_B=3$ إذن $B(1;3)$.

2. إيجاد إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

$ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ولدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}x_C-x_D\\y_C-y_D\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}2-x_D\\3-y_D\end{pmatrix}$ و بما أن

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ أي $\begin{cases}2-x_D=0\\3-y_D=1\end{cases}$ ومنه $x_D=2$ و $y_D=2$ وعليه $D(2;2)$

3. حساب إحداثيي النقطة N بحيث $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ أي $2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$ إذن $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ ومن جهة $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}x_N-1\\y_N-2\end{pmatrix}$ أي $\begin{cases}x_N-1=2\\y_N-2=3\end{cases}$ ومنه $x_N=3$ و

$y_N=5$ وعليه $N(3;5)$

4. K نقطة فاصلتها $\frac{5}{3}$ عين ترتيبه النقطة K بحيث النقط A، K، N في استقامية.

النقط A، K، N في استقامية معناه الشعاعان $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AK}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\y_K-2\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا أي $(y_K-2)=0$ (2) $(3)-(2)$ معناه

$2-2y_K+4=0$ معناه $y_K=3$ وعليه $K\left(\frac{5}{3};3\right)$

5. كتابة معادلة للمستقيم (AC)

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ شعاع توجيه للمستقيم (AC) و لتكن $M(x;y)$ نقطة من المستقيم (AC)

أي الشعاعان $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-1\\y-2\end{pmatrix}$ مرتبطين خطيا أي

$(y-2)(1)-(x-1)(1)=0$ معناه $(AC):x-y+1=0$.

6. ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و يوازي (AC).

بما أن $(\Delta)\,//\,(AC)$ أي $(\Delta):x-y+c=0$ و بما أن $B(1;3)\in(\Delta)$ أي احداثيات النقطة B تحقق معادلة المستقيم (Δ) أي $1-3+c=0$

أي $c=2$ ومنه $(\Delta):x-y+2=0$

.....انتهى

www.dzexams.com