

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقطة $A(0; -1; 2)$ والمستقيمين (Δ) و (Δ')

$$(\Delta): \begin{cases} x = \beta + 1 \\ y = -\beta + 5 \\ z = -3\beta + 1 \end{cases} \quad (\beta \in \mathbb{R}) \quad \text{و} \quad (\Delta'): \begin{cases} x = -\alpha - 1 \\ y = -\alpha + 2 \\ z = 3\alpha - 2 \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

(1) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (Δ') .

$$(2) (P) \text{ هو المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطى: } (P): \begin{cases} x = -t + \lambda \\ y = -t - \lambda - 1 \\ z = 3t - 3\lambda + 2 \end{cases} \text{ حيث } t \text{ و } \lambda \text{ وسيطان حقيقيان.}$$

- اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

(3) (Q) مستو ذو معادلة ديكارتية: $3x + 8y - 3z + 1 = 0$. بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له.

(4) m عدد حقيقي و (P_m) المستوي ذو المعادلة: $(m+1)x + 2(m+2)y - (m+1)z + 1 = 0$

- بين أن جميع المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب إعطاء تمثيلا وسيطيا له.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: حيث x و y عدنان طبيعيين.

(1) عين الدالة f حل للمعادلة التفاضلية $y' = (\ln 3)y$ والتي تحقق: $f(0) = 3$

(2) أ - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7

ب - استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $f(2016) - 10$ على 7.

(3) اوجد بدلالة n عبارة المجموع S_n حيث: $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n-2)$

(4) عين قيمة العدد الطبيعي n الذي يحقق: $\begin{cases} 2S_n \equiv 0[7] \\ 2012 < n < 2020 \end{cases}$

التمرين الثالث: (5 نقاط)

- (I) حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 + 4z + 8 = 0$
- (II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ النقط A, B, C و E
- حيث: $z_E = -1 + 2i$ و $z_C = -2 - 2i$ ، $z_B = -2 + 2i$ ، $z_A = 2 - 2i$
- (1) اوجد اللاحقة z_D للنقطة D بحيث يكون: $z_D + z_B = z_A + z_C$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$
- (2) α عدد حقيقي غير معدوم و G_α مرجح الجملة $\{(A, 1); (B, -1); (C, \alpha)\}$
- اوجد بدلالة α إحداثيات النقطة G_α ثم عين طبيعة مجموعة النقط G_α لما يتغير α في $\mathbb{R}^*$.
- (3) S تحويل نقطي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث: $2z' = (1 - i)z - 3 + i$
- أ - حدد طبيعة التحويل S مع تعيين عناصره المميزة .
- ب - بين أن: $z' + 1 - 2i = i(z' - z)$ ثم استنتج طبيعة المثلث EMM' .
- (4) بين أن مساحة الرباعي $A'B'C'D'$ صورة الرباعي $ABCD$ بالتحويل S تساوي $8ua$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

- (I) g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} - 4 \ln x$
- (1) بين أن الدالة g متزايدة على المجال $]0; +\infty[$.
- (2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.
- (II) f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4x^2} - (\ln x)^2$
- (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$
- (1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
- (2) أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.
- (3) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .
- (4) أ - بين أن الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $h(x) = f(x) - x$ متناقصة تماما على المجال $]0; 1[$.
- ب - بين أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,54 < \alpha < 0,56$ ثم فسر النتيجة بيانيا .
- (5) أنشئ المنحنى (C_f) .
- (6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = e^m$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر في $\square$ كثير الحدود $P(z) = z^4 + 8 - 8\sqrt{3}i$ حيث: ونعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس النقط A, B, C, D حيث: $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = -1 + \sqrt{3}i, z_C = -z_A, z_D = -z_B$.

(1) أ - اكتب كلا من الأعداد z_A, z_B, z_C, z_D على الشكل الأسّي .

ب - استنتج أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

(2) بين أن: $\frac{z_A + z_B}{z_A + z_D} = i$ ثم بين أن المثلث ABD قائم في A و متساوي الساقين .

(3) نعتبر الدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه المبدأ O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ والذي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ من المستوى المركب.

- تحقق من أن: $B = \mathcal{R}(A), C = \mathcal{R}(B), D = \mathcal{R}(C)$ و

(4) أ - بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $P(z') = P(z)$

ب - احسب $P(z_A)$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نريد تكوين فريق من ثلاث نوادي مختلفة C_1, C_2, C_3 ، فنختار 5 لاعبين من النادي C_1 يحملون الأرقام من 1 إلى 5، و 3 لاعبين من النادي C_2 يحملون الأرقام من 6 إلى 8 ولاعبين اثنين من النادي C_3 يحملان الرقمان 9 و 10 . نختار الآن لاعبين اثنين من الفريق لبقيا في الإحتياط علما أن كل الإختيارات متساوية الإحتمال .

(1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A " اللاعبين المختارين يحملان رقمين فرديين " .

B " اللاعبين المختارين من نفس النادي " .

(2) هل الحادثان A و B مستقلتان ؟

(3) ما احتمال أن يكون اللاعب المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين و يحملان رقمين فرديين ؟

(4) نريد أن يكون اللاعب المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين، ما احتمال أن يكونا حاملين لرقمين فرديين ؟

التمرين الثالث: (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(6;0;0), B(0;6;0), C(0;0;4)$ والشعاع $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$.

(1) اوجد إحداثيات النقطة G مرجح الجملة $\{(O,1);(A,2);(B,3)\}$.

(2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء التي تحقق: $(\vec{MO} + 2\vec{MA} + 3\vec{MB}) \cdot \vec{MC} = 0$

أ - بين أن هي سطح كرة يطلب تحديد إحداثياتي مركزها I و نصف قطرها r .

ب - اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

(3) (P) مجموعة النقط $M(x, y)$ من الفضاء التي تحقق: $MO^2 + 2MA^2 - 3MB^2 = 24$

أ - بين أن النقطة G تنتمي إلى (P) .

ب - بين أن مجموعة النقط M من (P) تحقق أيضا العلاقة: $\overrightarrow{MG} \cdot \vec{u} = 0$

ج - حدد طبيعة المجموعة (P) مع إعطاء معادلة ديكارتية لها .

التمرين الرابع: (7 نقاط)

(I) g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2(1 - x\sqrt{x}) - \ln x$

(1) بين أن الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$.

(2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

(II) f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

(1) أ - بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

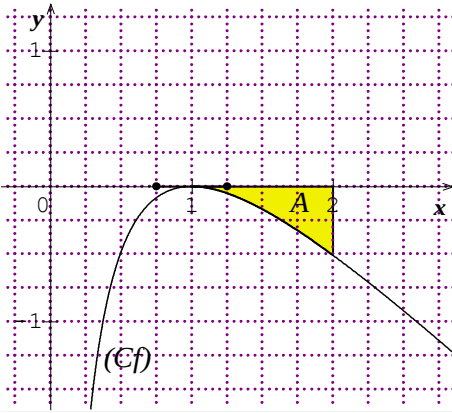
ب - حدد اتجاه تغير الدالة f على $]0; +\infty[$ ثم استنتج أنه من

أجل كل x من $]0; +\infty[$ لدينا: $f(x) \leq 0$

(2) إليك الشكل المقابل الذي يمثل المنحنى (C_f) الممثل للدالة f .

أ - باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد: $\int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

ب - احسب A مساحة الحيز المستوي الملون في الشكل .



(III) نعرف المتتالية (u_n) المعرفة على $\square$ بـ u_0 من $[1; 2]$ و من أجل كل من: $u_{n+1} = 1 + \frac{\ln(u_n)}{\sqrt{u_n}}$

(1) بين أنه من أجل كل x من $[1; 2]$ لدينا: $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\square$ لدينا: $1 \leq u_n \leq 2$

(3) حدد اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة نحو نهاية حقيقية l تحقق $f(l) = 0$.