

الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (14 نقطة)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 0,4u_n - 0,6 \end{cases}$

- 1- احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 .
- 2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : -1 \leq u_n$.
- 3- برهن أن المتتالية (u_n) متناقصة .
- 4- هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر إجابتك .
- 5- نعرف المتتالية (v_n) بـ : $v_n = u_n + 1$.
- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .
- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
- احسب المجموع S_n المعروف بـ : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

ليكن x عدد حقيقي يختلف عن 1 ، ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع :

$$P_n(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$$

$$S_n(x) = x + 2x^2 + \dots + nx^n$$

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا:

$$P_n(x) = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$$

(2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:

$$S_n(x) = xP_n'(x)$$

(3) استنتج عبارة أخرى للمجموع $S_n(x)$.