مديرية التربية لولاية الجلفة

ثانوية الشهيد ماضي محمد - المليليحة -

اختبار الفصل الثاني

في مادة الرياضيات

الشعبة : ج م ع وتك ـ

الموسم الدراسي : 2023-2024

المستوى : أولى ثانوي

المدة : ساعتان

تؤخذ بعين الاعتبار، فقط لا غير، الإجابات الدقيقة و الواضحة .

يمنع منعًا باتًّا استعمال القلم الماحي "l'effaceur" و القلم الأحمر.

التمرين الأول (07.50 نقطة)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ علم النقط A ، B ، C حيث : $A(-2;2)$ ، $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+5\vec{j}$ ، $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\-2\end{pmatrix}$ [01.00 ن]

❷ عيّن احداثيي النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع [00.50 ن]

❸ النقطة M منتصف [BC] ، والنقطة N تحقق $3\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA}$

أ ـ عيّن احداثيتي النقطتين M ، N [01.00 ن]

ب ـ بيّن أنّ النقط D ، M ، N في استقامية [01.00 ن]

❹ اكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم (AC) [01.00 ن]

❺ تحقق من أنّ $y=\frac{3}{5}x-\frac{12}{5}$ هي معادلة للمستقيم (CD) [00.50 ن]

❻ احسب احداثيي E نقطة تقاطع (Δ) و (CD) [01.00 ن]

❼ لتكن $F(2;4)$ احسب أطوال أضلاع المثلث ACF ، واستنتج نوعه [01.50 ن]

التمرين الثاني (06.00 نقاط)

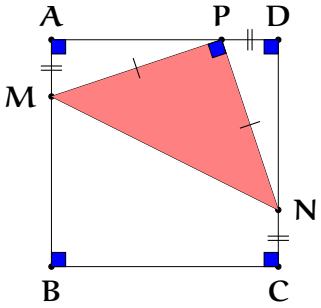
ABCD مربع طول ضلعه 2cm

نعتبر النقط M ، N ، P حيث : $M\in[AB]$ ، $N\in[CD]$ ، $P\in[AD]$

نفرض أن النقطة M تتحرك على [AB] مع $AM=CN=DP$

نضع $AM=x$ ونرمز بـ $f(x)$ إلى مساحة المثلث MNP

(المثلث MNP متساوي الساقين و قائم في P)



❶ أ ـ عيّن D_f مجموعة تعريف الدالة f [00.50 ن]

ب ـ تحقق أنّ : $f(x)=(x-1)^2+1$ [01.00 ن]

❷ أ ـ ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[0;1]$ و $[1;2]$ [02.00 ن]

ب ـ شكل جدول تغيرات الدالة f [00.50 ن]

ج ـ استنتج وضعية M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن [00.50 ن]

❸ اشرح كيفية رسم (C_f) التمثيل البياني لـ f انطلاقا من دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم ارسمه [01.50 ن]

www.dzexams.com

← التمرين الثالث (06.50 نقاط)

(C) هي الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ذات المركز O ونصف قطرها 2cm

❶ حول إلى الراديان قيس الزاوية : 36° و إلى الدرجة قيس الزاوية : $\frac{3\pi}{4}rad$ [01.00 ن]

❷ لتكن النقطتين A و B التي صورتهما : $\frac{2023\pi}{3}$ و $\frac{-1445\pi}{4}$ على الترتيب

أ_ ضع على الدائرة المثلثية (C) النقطتين السابقتين مع الشرح والدقة في الرسم [01.00 ن]

ب_ احسب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام القيمتين السابقتين [02.00 ن]

❸ x عنصر من $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ حيث : $\sin x = \frac{2}{3}$ ، احسب $\cos x$ ثم استنتج $\tan x$ [01.00 ن]

❹ لتكن العبارة $E(x)$ المعرفة بـ : $E(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

أ_ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $E(x) = 2\cos^2 x - 1$ [00.50 ن]

ب_ حل في المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ المعادلة : $E(x) = 0$ [01.00 ن]

الإجابة النموذجية

مُوفّقون بحول الله
أساتذة المادة

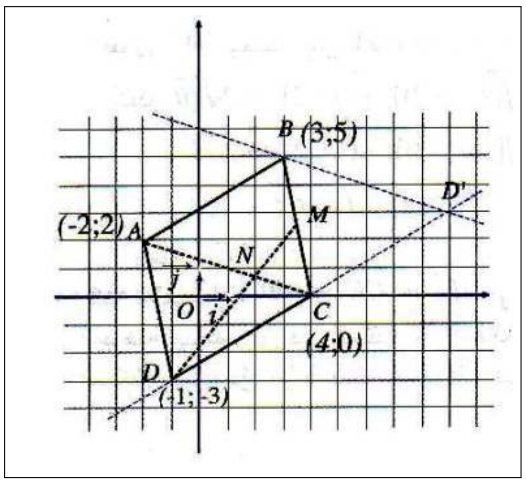
← حل التمرين الأول (07.50 نقطة)

❶ تعليم النقط A ، B ، C : 01 ن

لدينا حسب المعطيات $B(3;5)$ ،

ولتعليم النقطة C نحسب احداثييها لدينا : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C+2 \\ y_C-2 \end{pmatrix}$

ومنه: $\begin{cases} x_C+2=6 \\ y_C-2=-2 \end{cases}$ وبالتالي: $\begin{cases} x_C=4 \\ y_C=0 \end{cases}$ أي: $C(4;0)$



❷ تعيين احداثيي النقطة D : 0.5 ن

بما أنّ ABCD متوازي أضلاع فإنّ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

و لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 4-x_D \\ -y_D \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 4-x_D=5 \\ -y_D=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x_D=5-4=1 \\ -y_D=3 \end{cases}$$

إذن : $D(-1;-3)$

❸ أ- تعيين احداثيتي النقطتين M ، N : 01 ن

$$M\left(\frac{x_B+x_C}{2};\frac{y_B+y_C}{2}\right)=\left(\frac{3+4}{2};\frac{5+0}{2}\right)$$

إذن : $M\left(\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right)$

لدينا : $\overrightarrow{CN}\begin{pmatrix} x_N-4 \\ y_N-0 \end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$3\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_N-12=-6 \\ 3y_N=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x_N=-6+12=6 \\ 3y_N=2 \end{cases}$$

إذن : $N\left(2;\frac{2}{3}\right)$

ب- تبيان أنّ النقط D ، M ، N في استقامية : 01 ن

ندرس الارتباط الخطي للشعاعين $\overrightarrow{DN}$ و $\overrightarrow{DM}$

لدينا : $\overrightarrow{DN}\begin{pmatrix} 3 \\ \frac{11}{3} \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DM}\begin{pmatrix} \frac{9}{2} \\ \frac{11}{2} \end{pmatrix}$

ومنه : $3\times\frac{11}{2}-\frac{9}{2}\times\frac{11}{3}=0$

وبالتالي فإنّ الشعاعين $\overrightarrow{DN}$ و $\overrightarrow{DM}$ مرتبطان خطيا

ومنه النقط D ، M ، N في استقامية

❹ كتابة معادلة لمستقيم (Δ) : 01 ن

للمستقيمين (Δ) و (AC) نفس معامل التوجيه a حيث :

$$a=\frac{-2}{6}=-\frac{1}{3}$$

ومنه للمستقيم (Δ) معادلة من الشكل : $y=-\frac{1}{3}x+b$

وبما أنّ B تنتمي إلى (Δ) فإنّ $5=-\frac{1}{3}\times 3+b$ ومنه $b=6$

وبالتالي فإنّ $y=-\frac{1}{3}x+6$ هي معادلة للمستقيم (Δ)

❺ التحقق من أنّ $y=\frac{3}{5}x-\frac{12}{5}$ هي معادلة للمستقيم (CD):

لدينا : $0=\frac{3}{5}\times 4-\frac{12}{5}$ و $-3=\frac{3}{5}\times(-1)-\frac{12}{5}$

أي أنّ كلا من احداثيي النقطة C والنقطة D تحقق المعادلة $y=\frac{3}{5}x-\frac{12}{5}$ ، وبالتالي فهي معادلة للمستقيم (CD) 0.5 ن

❻ حساب احداثيي E نقطة تقاطع (Δ) و (CD) : 01 ن

نحل جملة المعادلتين فنجد $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 6 \\ y = \frac{3}{5}x - \frac{12}{5} \end{cases}$ $\begin{cases} x = 9 \\ y = 3 \end{cases}$

ومنه : $E(9;3)$

❼ حساب أطوال أضلاع المثلث ACF ، واستنتاج نوعه :

$AC = \sqrt{(4-(-2))^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{10}$ 0.25 ن

$AF = \sqrt{(2-(-2))^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{5}$ 0.25 ن

$FC = \sqrt{(2-4)^2 + (4-0)^2} = 2\sqrt{5}$ 0.25 ن

ومنه : $AF = FC$ 0.25 ن

كما نلاحظ أنّ : $AF^2 + CF^2 = 40$ و $AC^2 = 40$

أي : $AC^2 = AF^2 + CF^2$ وحسب عكس مبرهنة فيثاغورس

فإنّ المثلث ACF قائم في F 0.25 ن

نستنتج مما سبق أنّ :

المثلث ACF قائم في F ومتساوي السّاقين 0.25 ن

← حل التمرين الثاني (06.00 نقاط)

❶ أ- تعيين D_f مجموعة تعريف الدالة f : 0.5 ن

بما أنّ M تتحرك على [AB] و $AB = 2$ فإنّ : $D_f = [0;2]$

ب- تحقق أنّ $f(x) = (x-1)^2 + 1$: 01 ن

المثلث MNP متساوي الساقين و قائم في P

$f(x) = \frac{1}{2}MP^2 = \frac{1}{2}\left[x^2 + (2-x)^2\right] = x^2 - 2x + 2$

ولدينا : $(x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 1 + 1 = x^2 - 2x + 2$

ومنه : $f(x) = (x-1)^2 + 1$

❷ أ- دراسة اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[0;1]$ و$[1;2]$

❖ على المجال $[0;1]$: 01 ن

ليكن a و b عددان حقيقيان من $[0;1]$ حيث :

$$0 \leq a < b \leq 1$$
$$-1 \leq a-1 < b-1 \leq 0$$
$$1 \geq (a-1)^2 > (b-1)^2 \geq 0$$
$$2 \geq (a-1)^2 + 1 > (b-1)^2 + 1 \geq 1$$

$2 \geq f(a) > f(b) \geq 1$

إذن الدالة f متناقصة تماما على المجال $[0;1]$

❖ على المجال $[1;2]$: 01 ن

ليكن a و b عددان حقيقيان من $[1;2]$ حيث :

$$1 \leq a < b \leq 2$$
$$0 \leq a-1 < b-1 \leq 1$$
$$0 \leq (a-1)^2 < (b-1)^2 \leq 1$$
$$1 \leq (a-1)^2 + 1 < (b-1)^2 + 1 \leq 2$$

$1 \leq f(a) < f(b) \leq 2$

إذن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;2]$

ب- جدول تغيرات الدالة f : 0.5 ن

x	0		1		2
f(x)	2	↘	1	↗	2

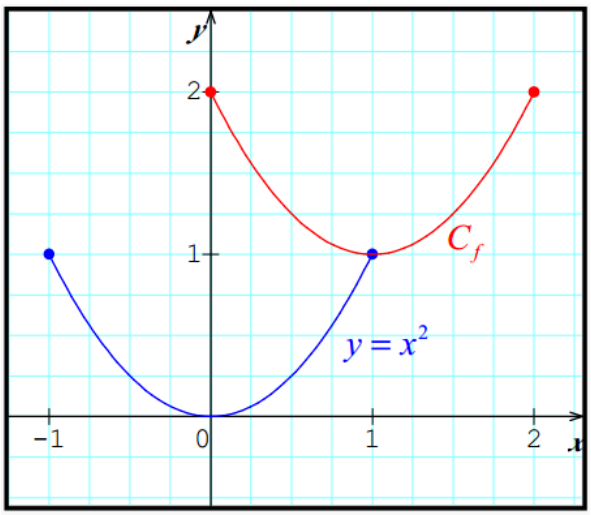
ج- استنتاج وضعية M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن : 0.5 ن

نلاحظ أنّ الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند القيمة 1 لِـ x

إذن وضعية النقطة M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن هي منتصف القطعة [AB]

❸ رسم المنحنى (C_f) : 3 × 0.5 ن

(C_f) صورة بيان الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $(1;1)$



← حل التمرين الثالث (06.50 نقاط)

❶ ❖ تحويل إلى الراديان قيس الزاوية 36^o : 0.5 ن

$$180^o \longrightarrow \pi \text{ rad}$$
$$36^o \longrightarrow x$$
$$x = \frac{36\pi}{180} = \boxed{\frac{\pi}{5}}$$

❖ تحويل إلى الدرجة قيس الزاوية $\frac{3\pi}{4}\text{rad}$: 0.5 ن

$$180^o \longrightarrow \pi \text{ rad}$$
$$y \longrightarrow \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$$
$$y = \frac{180 \times 3\pi}{4\pi} = \boxed{135^o}$$

❷ أ- تمثيل النقطتين A و B على الدائرة المثلثية (C) مع الشرح:

❖ $\frac{2023\pi}{3}$ عدد موجب إذن A تتحرك في الاتجاه المباشر

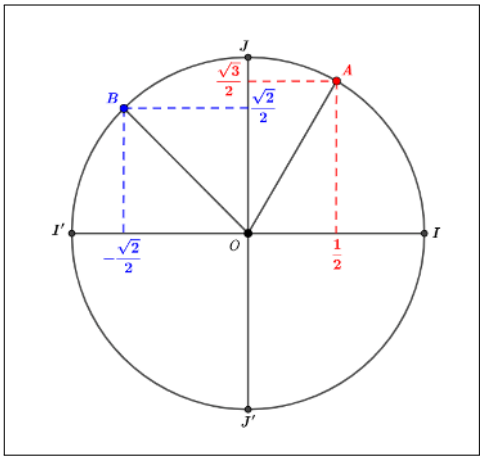
$$A = \frac{2023\pi}{3} = 674\pi + \frac{\pi}{3}$$

تقطع 337 دورة وقوس طوله $\frac{\pi}{3}$ 0.25 × 2 ن

❖ $\frac{-1445\pi}{4}$ عدد سالب إذن B تتحرك في الاتجاه غير المباشر

$$b = \frac{1445\pi}{4} = 361\pi + \frac{\pi}{4}$$

تقطع 180 دورة ونصف وقوس طوله $\frac{\pi}{4}$ 0.25 × 2 ن



ب- حساب القيمة المضبوطة لجيب و جيب تمام : 0.5 × 4 ن

$$\begin{cases} \cos(A) = \cos\left(\frac{2023\pi}{3}\right) = \cos\left(674\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \boxed{\frac{1}{2}} \\ \sin(A) = \sin\left(\frac{2023\pi}{3}\right) = \sin\left(674\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos(B) = \cos\left(\frac{-1445\pi}{4}\right) = \cos\left(361\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \boxed{-\frac{\sqrt{2}}{2}} \\ \sin(B) = \sin\left(\frac{-1445\pi}{4}\right) = -\sin\left(361\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}} \end{cases}$$

❸ حساب $\cos x$: 0.5 ن

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$
$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$
$$\cos^2 x = 1 - \frac{4}{9}$$
$$\cos^2 x = \frac{5}{9}$$
$$\begin{cases} \cos x = -\sqrt{\frac{5}{9}} \\ \cos x = \sqrt{\frac{5}{9}} \end{cases}$$

بما أنّ : $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ فإنّ : $\boxed{\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}}$

❖ استنتاج $\tan x$: 0.5 ن

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{-\sqrt{5}} = \boxed{\frac{-2\sqrt{5}}{5}}$$

❹ أ- إثبات أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $E(x) = 2\cos^2 x - 1$

لدينا : $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$E(x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - 1 + \cos^2 x$$
$$= \boxed{2\cos^2 x - 1}$$ 0.5 ن

ب- حل المعادلة : $E(x) = 0$ في المجال $\left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ 01 ن

$E(x) = 0$ تكافئ : $2\cos^2 x - 1 = 0$

ومنه : $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ ومنه :

$$\begin{cases} \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

بما أنّ : $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$ فإنّ : $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ وعلية : $x = \frac{\pi}{4}$