

الفرض الثاني للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي: $f(x) = (-ax^3 + bx^2)e^{-x+1}$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
(1) عين العددين الحقيقيين a, b بحيث (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة N ذات الفاصلة 2
و معامل توجيه المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة N هو $-4e^{-1}$.

نضع $a = 1$ و $b = 2$.

(2) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{-x^3}{e^x} e^1 + 2 \frac{x^2}{e^x} e^1$ ثم احسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

✓ استنتج وجود مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) يطلب تعيين معادلة له.

(ج) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = x(x^2 - 5x + 4)e^{-x+1}$.

✓ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. $[f(4) = -32e^{-3}]$
(3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

(4) h الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 e^{-x+2} - 4$.

(أ) ادرس اتجاه تغير الدالة h ، ثم استنتج إشارة $h(x)$.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) - [-4e^{-1}(x - 2)] = (-x + 2)e^{-1} \times h(x)$
و حدد عندئذ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (T) على المجال $[0; +\infty[$.

(ج) هل المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف؟ برر.

(5) ارسم المماس (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[0; +\infty[$.

(6) ليكن (Δ_m) المستقيم الذي معادلته: $y = mx - 2\ln(e)m$ حيث m وسيط حقيقي.

(أ) بين أن جميع المستقيمت تشمل النقطة الثابتة $N(2; \ln 1)$.

(ب) ناقش، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد نقاط تقاطع المستقيم (Δ_m) والمنحنى (C_f) .

(7) g الدالة العددية والمعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

✓ اعتمادا على السؤال رقم (2) شكل جدول تغيرات الدالة g . حيث: $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$

انتهى