

اختبار الثلاثي الاول في مادة
الرياضيات

التمرين الاول (05)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية : $y' + 3y = 2e^{-x}$: (E)

(1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي :
 $g(x) = a \times e^{-x}$ حل للمعادلة (E) .

(2) نعتبر المعادلة التفاضلية $y' + 3y = 0$: (E') .
حل المعادلة (E')

(3) برهن أن الدالة f هي حل للمعادلة (E) اذا وفقط اذا كانت الدالة $(f - g)$ هي حل للمعادلة (E') .

(4) استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) .

التمرين الثاني (04) :

1. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $3n^3 - 11n + 48$ يقبل القسمة على $n + 3$

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $3n^2 - 9n + 16$ عدد طبيعي غير معدوم

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أكبر أو يساوي 2

$$\text{PGCD}(3n^3 - 11n, n + 3) = \text{PGCD}(48, n + 3)$$

4. عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48

5. استنتج مجموعة الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها العدد $\frac{3n^3 - 11n}{n + 3}$ طبيعيا

التمرين الثالث:

نعتبر المعادلة $4x - 13y = 7$ حيث x و y عددان صحيحان.

1. عين الحل الخاص (x_0, y_0) للمعادلة (1) الذي يحقق $x_0 - y_0 = 4$

2. حل المعادلة (1) .

3. ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين x و y .

• ماهي القيم الممكنة للعدد d إذا كان (x, y) حلا للمعادلة (1)؟

• عين الثنائيات (x, y) من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) بحيث يكون $d=7$.

• عين الثنائيات (x, y) من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) التي تحقق $\begin{cases} d=7 \\ x+y < 400 \end{cases}$

التمرين الرابع (07):

I. نعتبر الدالة العددية k المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x) = (-x + 1)e^x - 1$
جدول تغيراتها يعطى كما يلي :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$k'(x)$	$+$	0	$-$
$k(x)$	-1	0	$-\infty$

(1) شكل جدول إشارة الدالة k .

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $k(x) \leq 0$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = (-x + 2)(e^x + 1)$
نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = k(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - (-x + 2) = (-x + 2)e^x$ ،

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

(يعطى $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$)

ج) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

(4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا معامل توجيهه يساوي -1 .

(5) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المماسين (T) و (T') للمنحني (C_f) عند النقطتين ذات الفاصلتين 0 و 1 على الترتيب .

(6) أرسم (Δ) ، (T) ، (T') و (C_f) .

(7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $f(x) = -x + m$: (E)