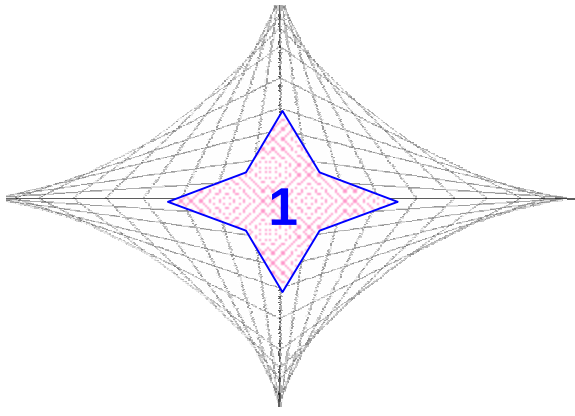
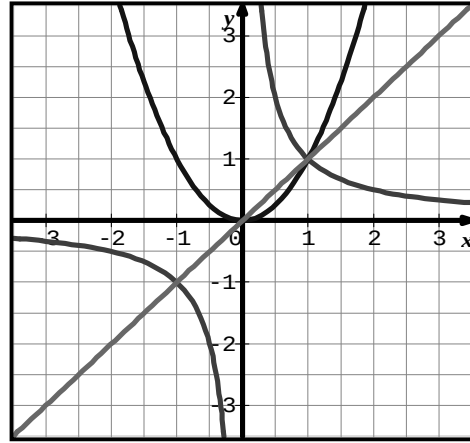




# الدوال العددية

## الكفاءات المستهدفة

- ▶ تفكيك دالة باستعمال الدوال المرجعية
- ▶ دراسة اتجاه تغير دالة باستعمال الدوال المرجعية
- ▶ تمثيل بعض الدوال بيانيا باستعمال الدوال المرجعية



اتجاهي تغير الدالتين  $f$  و  $g$  إنما تعالج أمثلة مختلفة.

▼ دراسة الدوال المرفقة تمكن المتعلم من التعرف على بعض المنحنيات الشهيرة مثل القطع المكافئ والقطع الزائد مما يسهل دراسة الدوال من الدرجة الثانية والتعرف على خواصها.

▼ تأخذ الدوال عبارات جبرية مختلفة وعلى المتعلم اختيار العبارة المناسبة والملائمة لنوع المشكلة المطروحة .

▼ يتم من خلال هذا الفصل تعريف دوال جديدة واستنتاج تغيراتها انطلاقا من الدوال المرجعية التي تمت دراستها في السنة الأولى..

▼ تمكن مضامين هذا الفصل المتعلم من تنمية قدراته في المجالات التالية الحساب الجبري (العمليات على الدوال) ؛ المتباينات (اتجاه تغير بعض الدوال) ؛ التمثيل البياني (استعمال راسمات المنحنيات) ؛ البرهان (المثال المضاد) ... استغلال اتجاه التغيرات لحل مشكلات .

▼ لا يتم التطرق إلى استنتاج تغيرات الدالتين  $f+g$  و  $f.g$  تلقائيا انطلاقا من

## الأنشطة

### النشاط 1 :

**الهدف :** استعمال التمثيل البياني لدالة لحل معادلات ومتراجحات وتعيين قيم شهيرة .

$$f(3)=0 ; f(0)=3 ; f(-2)=1(1)$$

$$S_3=\{0\} ; S_2=\{-3;1;3\} ; S_1=\{-4;2\}(2)$$

$$S_2=\left\{-\frac{3}{2}\right\} ; S_1=\{-1;1;2\}(3)$$

$$S_2=[-1;1] \cup [2;3] ; S_1=[-4;-3[ \cup ]1;3[ (4)$$

|        |    |   |    |   |
|--------|----|---|----|---|
| $x$    | -4 | 0 | 2  | 3 |
| $f(x)$ | -1 | 3 | -1 | 0 |

(6) القيمة الحدية الصغرى هي (-1) وذلك من أجل  $x = -4$

و  $x = 2$  بينما القيمة الحدية الكبرى هي 3 من أجل  $x = 0$  .

### النشاط 2 :

**الهدف :** استعمال دالة مرجعية لدراسة تغير طول قطعة مستقيمة متغيرة .

$$\cos a = f(x) \text{ و } \cos a = \frac{x}{f(x)} (1)$$

$$f(x) = \sqrt{x} (2)$$

$$x \in ]0;1[ (3)$$

### النشاط 3 :

**الهدف :** استعمال تقاطع منحني دالتين مرجعيتين لحل معادلة من الدرجة الثانية.

(1) الرسم :

$$S = \{-4;1\} (2)$$

$$h(1)=0 ; h(-4)=0 (3)$$

### النشاط 4 :

**الهدف :** إدراج مفهومي العمليات الجبرية على الدوال والدوال المرجعية

(1) الرسم

(2) نقطة التقاطع هي

$$A\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

$$D_h = i - \{2\} (3)$$

### النشاط 5 :

**الهدف :** مفهوم مركب دالتين.

$$f(t) = 25t \text{ عوضا } f(t) = 20t \text{ عوضا } f(t) = 20t \text{ عوضا } f(t) = 25t$$

$$\text{عوضا } y = ML$$

$$f(t) = \frac{1}{2}\sqrt{1+2500t^2} \text{ عوضا } h(t) = \frac{1}{2}\sqrt{1+2500t^2}$$

$$KL = \sqrt{0,25+x^2} (1)$$

## الأعمال الموجهة

### تغيير المعلم :

**الهدف :** تغيير المعلم لإثبات أن منحنى دالة يقبل :

- مركز تناظر - محور تناظر .

$$OM = O\Omega + \Omega M (1)$$

$$y = f(x) = x^2 + 4x + 3 ; \begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y - 1 \end{cases} (2)$$

: بعد الحساب نجد  $Y - 1 = (X - 2)^2 + 4(X - 2) + 3$

. دالة زوجية .  $Y = X^2$  .  $a$  زوجية .

. معادلة محور التناظر هي  $x = -2$  .

$$Y = \frac{1}{X} \text{ بعد التعويض والحساب نجد } \begin{cases} x = X - 1 \\ y = Y + 1 \end{cases} (3)$$

.  $\frac{1}{x}$  دالة فردية . إحداثيتي مركز التناظر هي  $(-1;1)$  .

(4) المراحل :

بالنسبة لمحور التناظر : - تغيير المعلم من  $(O; i; j)$  إلى

$(\Omega; i; j)$  حيث فاصلة  $\Omega$  هي  $a$  . - كتابة معادلة  $(C_f)$

في  $(\Omega; i; j)$  - إثبات الدالة المحصل عليها زوجية .

بالنسبة لمركز التناظر : - تغيير المعلم من  $(O; i; j)$  إلى

$(\Omega; i; j)$  . - كتابة معادلة  $(C_f)$  في  $(\Omega; i; j)$  - إثبات

الدالة المحصل عليها فردية .

**التمثيل البياني للدالة :**  $k + f(x+b) = x$   $a$

**الهدف :** التمثيل البياني لصورة منحنى دالة بواسطة انسحاب

$$MM'(1;1) \text{ ومنه } M'(x+1; x^2+1), M(x; x^2) (1)$$

$$(2) \text{ وبالتالي } g(x-b) = f(x) + k \text{ و } MM'(-b; k)$$

$M'$  صورة  $M$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{ji} + k\vec{bi}$

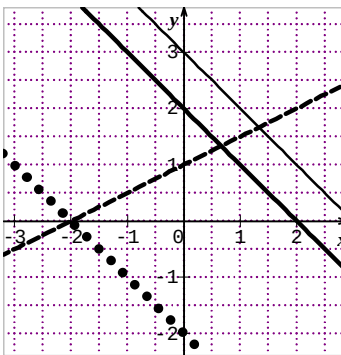
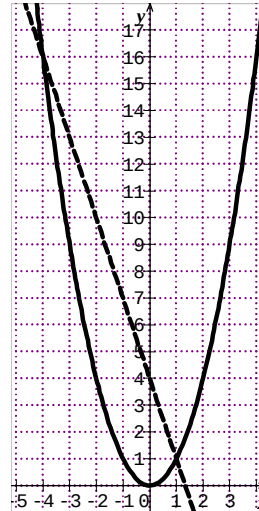
(ب) صورة  $(C_g)$  بالانسحاب السابق

$$(3) \text{ صورة } (C_g) \text{ بالانسحاب الذي شعاعه } -b\vec{ji} .$$

$$(4) \text{ صورة } (C_g) \text{ بالانسحاب الذي شعاعه } -i\vec{ji} .$$

$(C_h)$  صورة  $(C_g)$  بالانسحاب الذي شعاعه  $2\vec{ji}$  ،

أو  $(C_h)$  صورة  $(C_f)$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{ji} + 2\vec{ji}$



## تمارين

- 1 (1 خاطئ . 2 صحيح . 3 صحيح .  
4 صحيح (المعادلة  $f(x)=0$  تقبل حلين في  $[0;4]$ )  
5 خاطئ .
- 2 (1 خاطئ . 2 صحيح . 3 صحيح . 4 صحيح  
3 (1 صحيح لأن  $u$  معرفة على  $[0;+\infty[$  .  
2 صحيح لأن للدالتين  $f$  و  $g$  نفس اتجاه التغير .  
3 خاطئ لأن مثلاً  $u(10) \notin [0;9]$  .  
4 خاطئ . 5 خاطئ . 6 صحيح .  
4 (3)  $(f.g)(x) = x(x^2 - 2x)$   
5 (1)  $(g \circ h)(x) = 2x^2 + 5$   
6 (1)  $f \geq g$  لأن  $(C_f)$  يقع فوق  $(C_g)$  على  $[-1;2]$  .
- 7 (2)  $f$  متزايدة على  $]-1;+\infty[$  .  
8 (1)  $f(1) = -\frac{3}{2}$  ؛  $f(0) = 3$  ؛  $f(-2) = 15$  ؛  
 $f(\sqrt{3}) = \frac{9}{2} - 5\sqrt{3}$  .  
2 سابقا العدد 3 هما 0 و 10 .  
نقوم حل المعادلة  $f(x) = \frac{17}{2}$  ذات الحلين -1 و 11 .
- 9 (1) بقراءة بياننا نجد  $f(-1) = 3$  ؛  $f(0) = 1$  ؛  
 $f(1) = -1$  .  
2 سوابق العدد (-1) هي فواصل نقط تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta)$  ذي المعادلة  $y = -1$  ونقرأ -2 و 1 .  
3 حلول المعادلة  $f(x) = 3$  هي فواصل نقط تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم  $(\Delta')$  ذي المعادلة  $y = 3$  والتي تنتمي إلى المجال  $[-2;2]$  .
- 10  $D_f = \mathbb{I}$   
11  $D_f = \mathbb{I}$   
12  $D_f = \mathbb{I}$   
13  $D_f = ]-\infty;0[ \cup ]0;+\infty[$   
14  $D_f = \mathbb{I} - \{4\}$   
15  $D_f = ]-\infty;-2[ \cup ]-2;2[ \cup ]2;+\infty[$   
16  $D_f = \mathbb{I}$   
17  $D_f = \mathbb{I} - \{3\}$   
18  $|x| = 3$  يعني  $x = 3$  أو  $x = -3$  ومنه :  $D_f = ]-\infty;-3[ \cup ]-3;3[ \cup ]3;+\infty[$
- 19  $D_f = [1;+\infty[$   
20  $D_f = [2;3[ \cup ]3;+\infty[$   
21  $D_f = \mathbb{I}$   
22  $D_g = [-2;+\infty[$  ،  $D_f = \mathbb{I}$  ومنه :  $f \neq g$  .  
23  $f = g$   
24  $D_g = \mathbb{I}$  ،  $D_f = \mathbb{I}^*$  ومنه :  $f \neq g$  .  
25 لدينا  $D_f = D_g = [0;1[ \cup ]1;+\infty[$  ومن أجل كل  $x$  من  $D_f$  ؛  $f(x) = g(x)$  ومنه  $f = g$  .  
26  $f = g$   
27  $f = g$   
28 (1) الدوال  $f$  ،  $g$  ،  $f+g$  و  $f.g$  معرفة على  $\mathbb{I}$  .  
2 (2)  $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 2x^2 + 2x - 2$   
 $(f.g)(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$   
29 (1)  $D_f = D_g = ]-\infty;-1[ \cup ]-1;+\infty[$   
2 (2)  $D_{-2g} = D_g$  ؛  $D_{3f} = D_f$   
30 (1)  $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$   
2 (2)  $(f+g)(x) = 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x+1)^2$   
لدينا  $(2f+g)(x) = (2x+1)^2$   
إن  $h: x \mapsto 2x+1$  حيث  $(2f+g) = h^2$   
تصحیح الشرط " في حالة وجودها " يحذف من السؤال 1 ويضاف إلى السؤال 2 .  
31 (1)  $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$   
 $(f+g)(2) = \frac{29}{4}$  ،  $(f+g)(1) = \frac{3}{2}$   
 $(f+g)(\sqrt{5}) = \frac{47\sqrt{5}}{10} - 2$   
 $(3f)(x) = 3 \times f(x)$  . ومنه :  
 $(3f)(2) = 24$  ،  $(3f)(1) = 9$   
 $(3f)(\sqrt{5}) = 15\sqrt{5} - 6$   
 $(-2g)(x) = -2 \times g(x) = \frac{3}{x}$  ومنه :  
 $(-2g)(2) = \frac{3}{2}$  ،  $(-2g)(1) = 3$   
 $(-2g)(\sqrt{5}) = \frac{3\sqrt{5}}{5}$   
2 الدوال  $f.g$  ،  $\frac{f}{g}$  ،  $\frac{1}{2}f - g$  ، معرفة على  $]0;+\infty[$  ومنه العددين  $-1$  ، لا تقبل صور .

$$\left(\frac{f}{g}\right)(3) = -26, (f \circ g)(3) = -\frac{13}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}f - g\right)(3) = 7$$

32 الدالتان  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفتان على  $\mathbb{I}$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = -6x$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = -6x$$

33 الدالتان  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفتان على  $\mathbb{I}$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3x - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 3x - 7$$

34 الدالتان  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفتان على  $\mathbb{I}$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = 9x^2 - 12x + 4$$

$$(g \circ f)(x) = 2 - 3x^2$$

35 الدالة  $f \circ g$  معرفة على  $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = \frac{-1}{2x+1}$$

الدالة  $g \circ f$  معرفة على  $\{-1\}$  ولدينا :

$$(g \circ f)(x) = \frac{-2}{x+1}$$

36 الدالة  $f$  معرفة على  $[0; +\infty[ \cup ]-\infty; -2]$  ومنه

$$\frac{1}{x} - 3 \leq -2 \text{ و } x \neq 0 \text{ معرفة إذا كان } f \circ g$$

$$\text{أو } \left(\frac{1}{x} - 3 \geq 0\right) \text{ أي } [1; +\infty[ \cup \left]0; \frac{1}{3}\right] \cup ]-\infty; 0[ \text{ و } x \in$$

$$\text{ولدينا : } (f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{4}{x}} + 3$$

الدالة  $g$  معرفة على  $\mathbb{I}^*$  ومنه الدالة  $g \circ f$  معرفة إذا كانت

$$f \text{ معرفة و } f(x) \neq 0 \text{ أي } [0; +\infty[ \cup ]-\infty; -2[ \text{ و } x \in$$

$$\text{ولدينا : } (g \circ f)(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x}} - 3$$

37 (1) الدالة  $k$  معرفة على  $\mathbb{I}$  ولدينا من أجل كل  $x$

$$(h \circ g)(x) = x^2 + 1 = k(x) : \mathbb{I} \text{ من}$$

(2) الدالتان  $(f+k)$  و  $(g \circ h)$  معرفتان على  $\mathbb{I}$  ولدينا

$$(f+k)(x) = x^2 + 2x + 1 : \mathbb{I} \text{ من}$$

$$(g \circ h)(x) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\text{و منه : } f+k = g \circ h$$

بنفس الطريقة نثبت صحة (3 ، (4 ، (5 و (6) .

$$38 \text{ حيث } f = u \circ v \text{ و } u(x) = x^2 \text{ و } v(x) = x - 1$$

$$39 \text{ حيث } f = u \circ v \text{ و } u(x) = x^2 + 1 \text{ و } v(x) = x + 2$$

$$40 \text{ حيث } f = u \circ v \text{ و } u(x) = \frac{3}{x} \text{ و } v(x) = x + 1$$

$$41 \text{ حيث } f = u \circ v \text{ و } u(x) = \sqrt{x} \text{ و } v(x) = x + 1$$

$$42 \text{ حيث } f = u \circ v \text{ و } u(x) = \cos x \text{ و } v(x) = x - 1$$

$$43 \text{ حيث } f = u \circ v \text{ و } u(x) = |x| \text{ و } v(x) = \frac{2}{5}x - 1$$

$$44 \text{ لدينا من أجل كل } x \text{ من } I : (f+g)(x) = x^2 + x$$

ليكن  $x_1$  و  $x_2$  عدنان من  $I$  حيث  $x_1 < x_2$

$$\text{إذن } x_1^2 < x_2^2 \text{ و بالتالي } x_1^2 + x_1 < x_2^2 + x_2$$

$$\text{أي } (f+g)(x_1) < (f+g)(x_2)$$

إذن  $(f+g)$  متزايدة تماماً على  $I$  .

$$45 \text{ ليكن } x_1 \text{ و } x_2 \text{ عدنان من } ]-\infty; 0[ \text{ حيث } x_1 < x_2$$

$$\text{إذن } x_1^2 > x_2^2 \text{ و } |x_1| > |x_2|$$

$$\text{و بالتالي } x_1^2 + |x_1| > x_2^2 + |x_2|$$

إذن  $f$  متناقصة تماماً على  $]0; -\infty[$  .

$$46 \text{ الدالة } x \mapsto x^a \text{ متزايدة تماماً على } ]0; +\infty[$$

$$\text{و الدالة } x \mapsto \frac{1}{x} \text{ متزايدة تماماً على } ]0; +\infty[$$

$$\text{و بالتالي الدالة } x \mapsto x - \frac{1}{x} \text{ متزايدة تماماً على } ]0; +\infty[$$

$$47 \text{ (1) حيث } f = u \circ v \text{ من أجل كل } x \text{ من } ]-\infty; 3[$$

$$v(x) = 3 - x \text{ و من أجل كل } x \text{ من } \mathbb{I}^+ : u(x) = \sqrt{x}$$

(2) بما أن ليس للدالتين  $u$  و  $v$  نفس اتجاه التغير فإن الدالة

$$u \circ v \text{ متناقصة تماماً على } ]-\infty; 3[$$

و منه هي كذلك متناقصة تماماً على  $]0; -\infty[$  .

$$48 \text{ و } f \text{ و } g \text{ معرفتان على } \mathbb{I} : \text{ بـ :}$$

$$f(x) = (x-2)^2 \text{ و } g(x) = (x-2)^2 - 1$$

$$49 \text{ (1) } D_h = \mathbb{I}^*$$

(2) المنحني الأول ممثل للدالة  $g$  ؛ المنحني الثاني ممثل

للدالة  $f$  ؛ يبقى المنحني الثالث ممثل للدالة  $h$  .

(3) الدالتان  $f$  و  $g$  لهما نفس اتجاه التغير على  $]0; -\infty[$  ،

إذن الدالة  $h$  متزايدة تماماً على  $]0; -\infty[$  .

• ليس للدالتين  $f$  و  $g$  نفس اتجاه التغير على  $]0; +\infty[$  ،

إذن  $h$  متناقصة تماماً على  $]0; +\infty[$  .

50 - منحني الدالة  $g$  نظير (C)

بالنسبة لمحور الفواصل

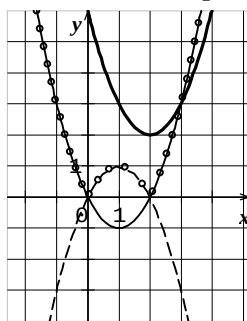
- منحني الدالة  $h$  ينطبق على (C)

في  $]2; +\infty[ \cup ]-\infty; 0[$  و يكون

نظير (C) بالنسبة لمحور الفواصل

في  $[0; 2]$  .

• - منحني الدالة  $k$  هو صورة



55 (1)  $a = -1$  ،  $b = -5$  و  $c = 10$  .

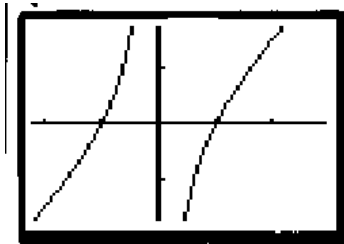
(2)  $f(x) - (-x-5) = \frac{10}{2-x}$

| $x$              | $-\infty$            | $2$ | $+\infty$            |
|------------------|----------------------|-----|----------------------|
| $\frac{10}{2-x}$ |                      | +   | -                    |
| الوضعية          | $(C_f)$ تحت المستقيم |     | $(C_f)$ فوق المستقيم |

56 تصحيح  $f$  : معرفة على  $i - \{-2\}$  :

(1) قواعد تغيير المعلم :  $\begin{cases} x = X - 2 \\ y = Y - 1 \end{cases}$

معادلة  $(C_f)$  في المعلم  $(A; i; j)$  عي :  $Y = \frac{X^2 - 1}{X}$



(2) الرسم

(3)  $A$  مركز تناظر للمنحني  $(C_f)$  .

57 لنبين أن  $[(\Delta): x=1]$  محور تناظر لـ  $(C)$  .

لتكن مثلا النقطة  $A(1; 0)$  . معادلة  $(C)$  في المعلم

هي  $Y = \frac{X^2 + 2}{X^2}$   $(A; i; j)$

الدالة  $g: x \mapsto \frac{x^2 + 2}{x^2}$  زوجية ومنه  $[(\Delta): x=1]$  محور تناظر .

58  $f(x) = -x + \frac{3}{x-2}$  . من أجل كل  $x_1$  و  $x_2$  من

$]-\infty; 0[$  حيث  $x_1 < x_2$  لدينا :  $\begin{cases} -x_1 > -x_2 \\ \frac{3}{x_1-2} > \frac{3}{x_2-2} \end{cases}$  ومنه :

$f(x_1) > f(x_2)$  أي  $-x_1 + \frac{3}{x_1-2} > -x_2 + \frac{3}{x_2-2}$

وبالتالي  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; 0[$  .

59  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  .

60  $f$  متزايدة تماما على  $]0; 2[$  .

61  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  .

62  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; -3[$  .

63 (1) الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$  والدالة  $g$

متناقصة تماما على  $]0; +\infty[$  .

(C) بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{i} + 3\vec{j}$  .

51 (1)  $a = 1$  و  $b = 2$

| $x$   | $-\infty$ | $+\infty$ |
|-------|-----------|-----------|
| $x^3$ |           |           |

(3) لدينا  $f(x) = (x-1)^3 + 2$

الدالتان  $x \mapsto x^3$  و  $x \mapsto x-1$  متزايدتان تماما على  $i$  ومنه الدالة  $u: x \mapsto (x-1)^3$  متزايدة تماما على  $i$  (مركب دالتين). إذن الدالة  $(u+2)$  متزايدة تماما على  $i$  .

| $x$    | $-\infty$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----------|
| $f(x)$ |           |           |

(4) (C) هو صورة منحنى الدالة  $x \mapsto x^3$  بالانسحاب الذي شعاعه  $\vec{i} + 2\vec{j}$  .

52 الدالة  $f_1$  معرفة على  $i$  ولدينا من أجل كل  $x$  من

$[0; +\infty[$  :  $f_1(x) = f(x)$  والدالة  $f_1$  دالة زوجية

إذن جزء  $(C_{f_1})$  في المجال  $[0; +\infty[$  ينطبق على (C)

في هذا المجال و جزء  $(C_{f_1})$  في المجال  $]-\infty; 0]$  هو نظير

الجزء السابق من  $(C_{f_1})$  بالنسبة إلى محور الترتيب

لدالة  $f_2$  معرفة على  $i$

إذا كان (C) من فوق محور الفواصل فإن  $(C_{f_2})$  ينطبق

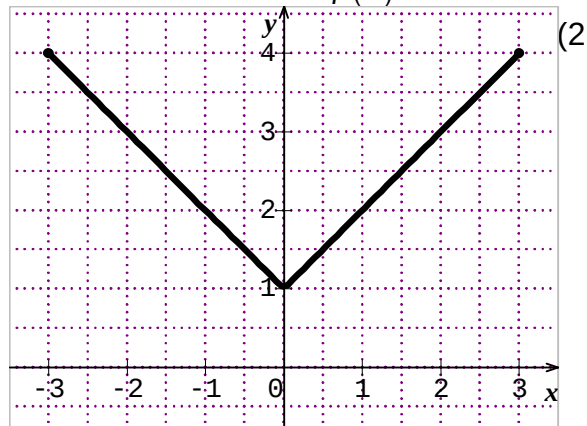
على (C) و إذا كان (C) من تحت محور الفواصل فإن

$(C_{f_2})$  نظير (C) بالنسبة إلى محور الفواصل.

53 (1) ليكن  $x \in [-3; 0]$  ومنه  $-x \in [0; 3]$  إذن

$f(-x) = -x + 1$  ، علما أن  $f(-x) = f(x)$

فإن  $f(x) = -x + 1$  .



ملاحظة من أجل كل  $x \in [-3; 3]$  ؛  $f(x) = |x| + 1$  .

| $x$    | -4 | -3 | -1 | 0 | 1 | 3 | 4 |
|--------|----|----|----|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0  | 1  | 2  | 1 | 0 | 2 | 3 |

(2) الدالة  $h$  معرفة على  $[0; +\infty[$  بـ  $h(x) = -x$ .

الدالة  $h$  متناقصة تماما على  $[0; +\infty[$ .

| $x$    | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----|-----------|
| $g(x)$ |           | 2   |           |

64

| $x$    | $-\infty$ | $0$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|-----|-----------|
| $h(x)$ |           |     |           |

(2) من أجل كل عددين  $x_1$  و  $x_2$  من  $]-\infty; 0[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا  $\begin{cases} g(x_1) > g(x_2) \\ h(x_1) > h(x_2) \end{cases}$  ومنه :

$g(x_1) + h(x_1) > g(x_2) + h(x_2)$  أي :

$f(x_1) > f(x_2)$  وبالتالي  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; 0[$

(3) من أجل كل عددين  $x_1$  و  $x_2$  من  $]0; +\infty[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا  $\begin{cases} g(x_1) < g(x_2) \\ h(x_1) > h(x_2) \end{cases}$  ، لا يمكن المقارنة بين

$g(x_1) + h(x_1)$  و  $g(x_2) + h(x_2)$

(65) ليكن  $x_1$  و  $x_2$  عددين من  $]0; +\infty[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا :  $\begin{cases} 0 < x_1^2 + 1 < x_2^2 + 1 \\ 0 < \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2} \end{cases}$  ومنه

$(x_1^2 + 1)\sqrt{x_1} < (x_2^2 + 1)\sqrt{x_2}$  أي  $f(x_1) < f(x_2)$

وبالتالي الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$ .

(2) ليكن  $x_1$  و  $x_2$  عددين من  $]-\infty; 0[$  حيث  $x_1 < x_2$

لدينا  $\begin{cases} -3x_1 + 2 > -3x_2 + 2 > 0 \\ x_1^2 > x_2^2 > 0 \end{cases}$  ومنه :

$(-3x_1 + 2)x_1^2 > (-3x_2 + 2)x_2^2$  أي  $f(x_1) > f(x_2)$

وبالتالي الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; 0[$ .

(3) الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[1; 8]$ .

(66) (1)  $(C_f)$  هو

المنحني المرسوم بالخط

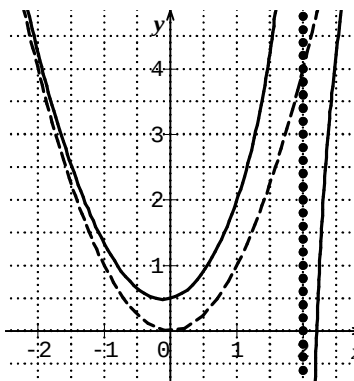
المستمر و  $(C_g)$  هو

القطع المكافئ المرسوم

بالخط المتقطع .

(2) في المجال  $]-\infty; 2[$

$(C_f)$  يقع فوق  $(C_g)$



و في المجال  $]2; +\infty[$   $(C_f)$  يقع تحت  $(C_g)$ .

(67) (1)  $f$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$ .

إذا كان  $x \geq 0$  فإن  $2x \geq 0$  ومنه  $x^2 + 2x \geq 0$ .

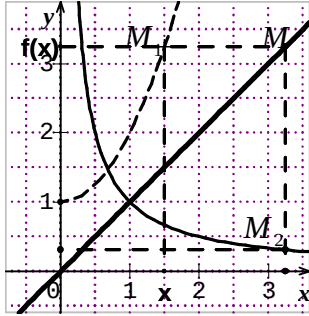
(2)  $g$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$ .

إذا كان  $x \geq 0$  فإن  $x+1 \geq 1$  ومنه  $\sqrt{x+1} \geq 1$

أي :  $-1 + \sqrt{x+1} \geq 0$ .

(3)  $g \circ f$  معرفة على  $[0; +\infty[$  و  $(g \circ f)(x) = x$ .

(4)  $f \circ g$  معرفة على  $[0; +\infty[$  و  $(f \circ g)(x) = x$ .



(68)  $M_1(x; f(x))$

نعين النقطة

$M(f(x); f(x))$

من المنصف ثم نعين النقطة

$M_2(f(x); g[f(x)])$

أي  $M_2(f(x); h(x))$

(69) (1) من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = u(x) + v(x)$  ;

حيث  $u(x) = 3x$  و  $v(x) = \frac{-1}{3x}$ .

(2) الدالتان  $u$  و  $v$  متزايدتان تماما على كلا المجالين

$]-\infty; 0[$  و  $]0; +\infty[$ .

من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  : إذا كان  $x_1 < x_2$  فإن :

$u(x_1) < u(x_2)$  و  $v(x_1) < v(x_2)$  ومنه :

$u(x_1) + v(x_1) < u(x_2) + v(x_2)$  إذن  $f$  متزايدة تماما

على كلا المجالين  $]-\infty; 0[$  و  $]0; +\infty[$ .

(3) ليكن  $\left\{ \frac{1}{3} \right\} - \mathbb{R} : x \in \mathbb{R} : \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{9x^2 - 1}{3x - 1} = 3x + 1$

(4)  $D_h = \mathbb{R}$  و  $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{3} \right\}$  إذن  $h \neq \frac{f}{g}$ .

(70) (1) من أجل كل  $x$  من  $I$  :  $f(x) = u(x) + v(x)$  ;

حيث  $u(x) = \frac{1}{2}x$  و  $v(x) = \frac{-1}{2x}$ .

(2)  $u$  و  $v$  متزايدتان تماما

على  $I$ .  $f$  متزايدة تماما

على  $I$ .

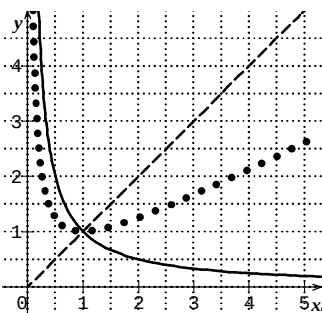
(3) من أجل كل  $x$  من  $I$  :

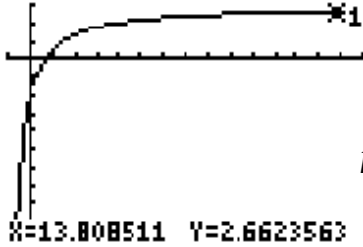
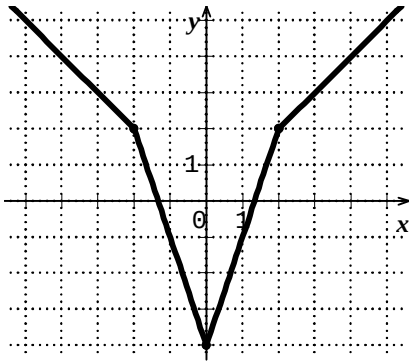
$S(x) = x$  و  $D(x) = \frac{1}{x}$

$S$  متزايدة تماما على  $I$

و  $D$  متناقصة تماما على  $I$

(4)  $M_D(x; D(x))$  و  $M_S(x; S(x))$  النقطتان من





74 (1) الرسم

(2) التخمين  $A = 3$  .

$$f(x) = 3 + \frac{-5}{x+1} \quad (3)$$

(4) باستعمال العمليات

على الدوال نجد الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[-1; +\infty[$  .

(5) من أجل كل  $x \in [-1; +\infty[$  ؛  $x+1 > 0$  ومنه

$$\frac{-5}{x+1} < 0 \quad \text{إذن} \quad f(x) - 3 < 0$$

(6)  $f(x)$  يتغير في المجال  $]-\infty; 3]$  .

$$AM = \sqrt{x^2 - 3x + 4} ; \quad AM(x-2; \sqrt{x}) \quad (1) \quad 75$$

(2)  $f(x) = x^2 - 3x + 4$  ومنه  $AM = \sqrt{f(x)}$  .

|        |   |               |           |
|--------|---|---------------|-----------|
| $x$    | 0 | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | 4 | $\frac{7}{4}$ |           |

(ج) القيمة الحدية الصغرى للدالة  $f$  هي  $\frac{7}{4}$  ومنه أصغر

مسافة ممكنة لـ  $AM$  هي  $\frac{\sqrt{7}}{2}$  وفاصلة  $M$  هي الحل

الموجب للمعادلة  $f(x) = \frac{7}{4}$  ونجد  $M\left(\frac{3}{2}; \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$  .

$$\frac{MQ}{9} = \frac{6-x}{6} \quad \text{منه} \quad \frac{BQ}{BH} = \frac{MQ}{AH} \quad 76$$

$$MQ = \frac{18-3x}{2} \quad \text{أي} \quad MQ = 9 \times \frac{6-x}{6} \quad \text{إذن}$$

$$A(x) = MQ \times QP = \frac{18-3x}{2} \times 2x = -3x^2 + 18x$$

(2) الدالة  $A$  معرفة على  $[0; 6]$

(3) الدالة  $A$  متزايدة تماما على  $[0; 3]$  و متناقصة تماما على  $[3; 6]$  .

(4) الدالة  $A$  تقبل القيمة 27 كقيمة حدية عظمى عند  $x = 3$  .

منحني الدالة  $S$  و الدالة  $D$  على الترتيب

$$M\left(x; \frac{S(x) + D(x)}{2}\right) \text{ نقطة من منحني الدالة } g$$

وتكون  $M$  منتصف القطعة  $[M_S M_D]$  .

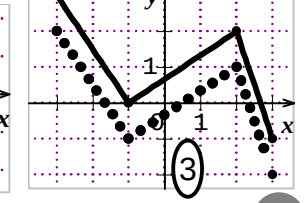
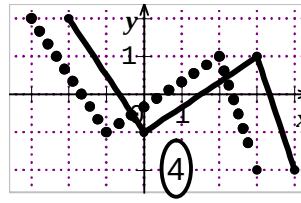
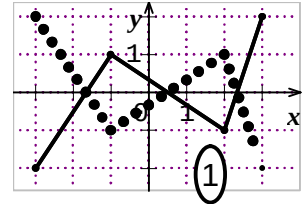
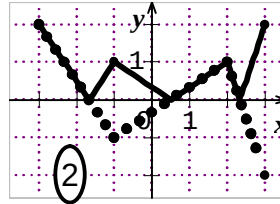
71 نعتبر دالة  $f$  معرفة على المجال  $[-3; 3]$  .

(1) منحني  $f_1$  نظير منحني  $f$  بالنسبة لمحور الفواصل.

(2) أربعة أجزاء منطبقه مثنى مثنى وجزآن متناظران بالنسبة لمحور الفواصل .

(3) منحني  $f_3$  صورة منحني  $f$  بالانسحاب الذي شعاعه  $j$

(4) منحني  $f_4$  صورة منحني  $f$  بالانسحاب الذي شعاعه  $i$



72 كل من  $f \circ g$  و  $g \circ f$  معرفة على  $i$  ولدينا :

$$(f \circ g)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

$$(g \circ f)(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

73 (1) نجد بسهولة  $f(-x)f(x)$

|       |           |    |   |   |           |
|-------|-----------|----|---|---|-----------|
| $x$   | $-\infty$ | -2 | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $x-2$ | -         | -  | - | + |           |
| $x+2$ | -         | +  | + | + |           |

من أجل  $x \in ]-\infty; -2]$  ؛  $f(x) = x$

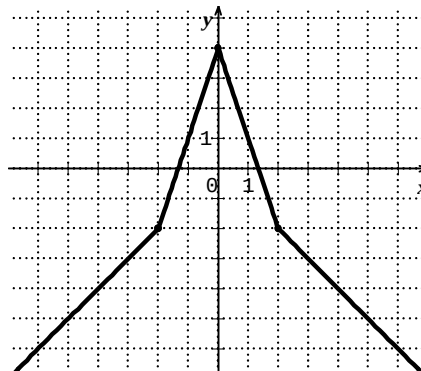
من أجل  $x \in [-2; 0]$  ؛  $f(x) = 3x + 4$

من أجل  $x \in [0; 2]$  ؛  $f(x) = -3x + 4$

من أجل  $x \in [2; +\infty[$  ؛  $f(x) = -x$

(3) الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]-\infty; 0]$  و متناقصة تماما

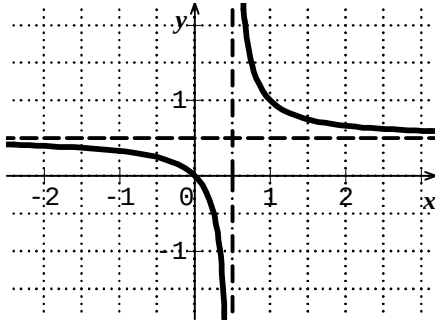
على  $[0; +\infty[$  .



(2) لدينا  $t = 2x$  و منه  $y = \frac{2x}{2(2x-1)} = \frac{x}{2x-1}$

(3)  $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2x-1}$  (أ)

ب)  $f$  متناقصة تماماً على كل من  $]-\infty; \frac{1}{2}[$  و  $]\frac{1}{2}; +\infty[$

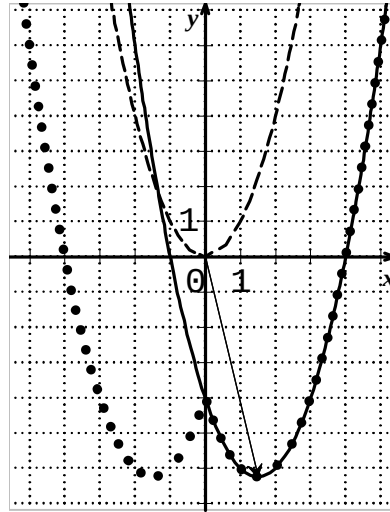


ج) إحداثيي مركز التناظر هي  $(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$

(5) تكون مساحة المستطيل  $MNPQ$  أكبر ما يمكن إذا كان  $x = 3$  و تكون قياسات المستطيل هي 6 و  $\frac{9}{2}$ .

77 (1) ينشر العبارة  $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$  نجد عبارة  $f(x)$ .

المنحني  $(C_f)$  صورة المنحني  $(P)$  بالانسحاب الذي



شعاعه  $\frac{3}{2}\mathbf{i} - \frac{25}{4}\mathbf{j}$

(2) من أجل كل عدد حقيقي  $x \geq 0$  لدينا

$|x| = x$  ومنه  $g(x) = f(x)$

$g$  زوجية لأن  $|-x| = |x|$

(3) منحني الدالة الزوجية يكون متناظر بالنسبة لمحور الترتيب.

78 (I) (1) نحل في  $\{3\}$  المعادلة

$$\frac{(x+4)(x-1)(x-2)}{2(x-3)} = 0 \text{ أي } f(x) - g(x) = 0$$

ونجد إحداثيات نقط التقاطع  $(-4; 0)$  و  $(1; \frac{5}{2})$  و  $(2; 6)$ .

(2) ندرس إشارة  $f(x) - g(x)$

$$f_m(x) = g(x) \text{ تكافئ (II) (1)}$$

$$mx^3 - 7mx^2 + (16m+1)x - 12m - 2 = 0$$

$$8m - 28m + 32m + 2 - 12m - 2 = 0 \text{ (2)}$$

$$(E) \text{ (3) } c_m = 6m+1, b_m = -5m, a_m = m \text{ ومنه}$$

$$(x-2)(mx^2 - 5mx + 6m+1) = 0 \text{ تكافئ}$$

$$\Delta = m^2 - 4m \text{ مميز المعادلة}$$

$$mx^2 - 5mx + 6m+1 = 0$$

$$m \in [0; 4[ \quad \bullet$$

$$m \in ]-\infty; 0[ \cup ]4; +\infty[ \quad \bullet$$

79 تصحيح المعلم متعامد وليس متجانس

(1) فاصلة  $I$  هي  $\frac{t}{2}$  ولدينا:  $\frac{AN}{BC} = \frac{AM}{MB}$  أي

$$AN = \frac{t}{1-t} \text{ ومنه ترتيب } N \text{ هو } \frac{t}{t-1} \text{ وبالتالي ترتيب } I$$

$$\text{هو } \frac{t}{2(t-1)}$$