

7

الوحدة السابعة

الحساب الشعاعي والهندسة التحليلية

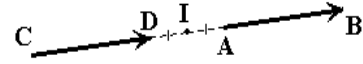
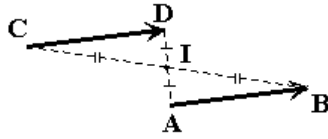


مواضيع الدروس:

- ① الأشعة والحساب الشعاعي
- ② المعلم للمستوي
- ③ معادلة مستقيم
- ④ جملة معادلتين خطيتين لمجهولين

نتيجة:

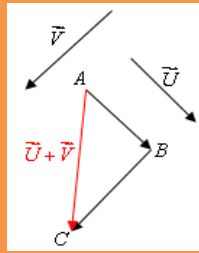
من أجل كل أربع نقط A, B, C, D من المستوي لدينا: $\overline{AB} = \overline{CD}$ معناه $[AD]$ و $[BC]$ لهما نفس المنتصف (أنظر الشكل).



مجموع شعاعين:

حل النشاط: رقم 02 صفحة 252.

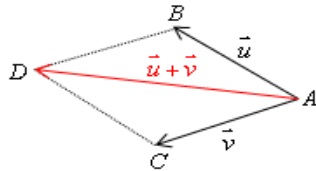
تعريف:



مجموع شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو الشعاع الذي نرمز له بالرمز $\vec{u} + \vec{v}$ والمعروف كما يأتي:
بفرض A نقطة كيفية، نعلم نقطة B بحيث $\overline{AB} = \vec{u}$
ثم نقطة C بحيث $\overline{BC} = \vec{v}$ عندئذ يكون $\overline{AC} = \vec{u} + \vec{v}$

نتائج:

- من أجل كل ثلاث نقط A, B, C من المستوي فإن: $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ (تسمى هذه العلاقة علاقة شال)
- إذا مثلنا شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ من نفس المبدأ A ، (مثلاً $\vec{u} = \overline{AB}$ و $\vec{v} = \overline{AC}$) فإن مجموعهما $\vec{u} + \vec{v}$ يساوي $\overline{AD}$ حيث $ABDC$ متوازي أضلاع.



- إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فإن: $\overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AD}$.

الشعاعان المتعاكسان:

من أجل كل نقطتين A, B من المستوي فإن: $\overline{AB} + \overline{BA} = \overline{AA} = \vec{0}$

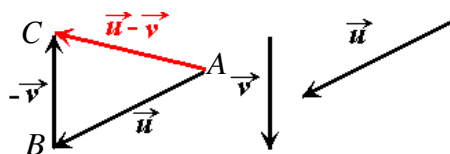
تعريف:



نقول عن الشعاعين $\overline{AB}$ و $\overline{BA}$ أنهما متعاكسان و نكتب: $\overline{AB} = -\overline{BA}$

تعريف:

لحساب فرق الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ بهذا الترتيب، نضيف إلى الشعاع $\vec{u}$ معاكس الشعاع $\vec{v}$ ونكتب $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$



مثال:

ليكن $\vec{u} = \overline{AB}$ و $\vec{v} = \overline{CB}$ لدينا:

$$\vec{u} - \vec{v} = \overline{AB} - \overline{CB} = \overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

استعمال خواص مجموع شعاعين (علاقة شال):

تمرين: A, B, C, D أربع نقط من المستوي.

$$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AC} + \overline{DB} \quad \text{①} \quad \overline{AC} + \overline{BD} = \overline{AD} + \overline{BC} \quad \text{②}$$

طريقة:

في مجموع شعاعين يمكن تطبيق نفس الخواص المعروفة في المجموع الجبري، مثل التبديل والتجميع.

كيف نبين مساواة شعاعية؟

تمرين: $A; B; C$ ثلاث نقط ، I منتصف $[BC]$.

① بين أنه من أجل كل نقطة M فإن: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}$

② بين أن: $2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

طريقة:

لإثبات صحة مساواة شعاعية يمكن تفكيك أحد الطرفين والوصول إلى الطرف الآخر باستعمال علاقة شال وعبارات شعاعية تترجم وضعيات معطاة مثل:

$\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{IC}$ أو $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BI}$ للتعبير عن I منتصف $[BC]$.

أو $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$ للتعبير عن $N; M$ منتصف $[AB]$ ، $[AC]$ في المثلث ABC .

تمرين:

لتكن $A; B; C$ ثلاث نقط من المستوي ليست على إستقامة واحدة، وليكن $\vec{V}$ شعاع معطى بالعلاقة التالية: $\vec{V} = \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ حيث M نقطة كيفية من المستوي.

① بين أن الشعاع $\vec{V}$ ثابت.

② انشئ النقطة D بحيث يكون $\vec{V} = \overrightarrow{AD}$.

جداء شعاع بعدد حقيقي:

حل النشاط: رقم 03 صفحة 252.

تعريف:

$\vec{u}$ شعاع غير معدوم و k عدد حقيقي غير معدوم.

جداء الشعاع $\vec{u}$ بالعدد k هو الشعاع الذي نرمز له بالرمز $k\vec{u}$ والمعروف كما يأتي:

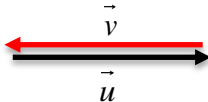
1. $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحي واتجاهان متعاكسان إذا كان $k < 0$.

2. $\vec{u}$ و $k\vec{u}$ لهما نفس المنحي ونفس الاتجاه إذا كان $k > 0$.

3. طول الشعاع $k\vec{u}$ تساوي جداء طول $\vec{u}$ بالعدد $|k|$ أي $\|k\vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$

ملاحظة: $k\vec{u} = \vec{0}$ معناه (يكافئ) $\vec{u} = \vec{0}$ أو $k = 0$.

أمثلة:

$\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$	$\vec{u} = -\vec{v}$	$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
		

التعرف على جداء عدد حقيقي بشعاع

خواص:

$$\begin{aligned}
 & \vec{u} ; \vec{v} \text{ شعاعان و } k ; k' \text{ عدنان حقيقيان.} \\
 & (1) \quad k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v} \\
 & (2) \quad (k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u} \\
 & (3) \quad k \cdot (k'\vec{u}) = (k \cdot k')\vec{u} \\
 & (4) \quad 1 \cdot \vec{u} = \vec{u} \\
 & (5) \quad k\vec{u} = \vec{0} \text{ يكافئ } \vec{u} = \vec{0} \text{ أو } k = 0.
 \end{aligned}$$

أمثلة:

تمرين تطبيقي:

- ① ليكن $\vec{W} = 2\left(3\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}\right) - \vec{u}(2 + 3\vec{v}) + 3\vec{v}(\vec{u} + 1)$ أكتب $\vec{W}$ على الشكل $\vec{W} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$ حيث $\alpha ; \beta$ عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.
- ② شعاع $\vec{u}$ و α عدد حقيقي حيث: $2\alpha\vec{u} + 6\vec{u} = \vec{0}$ (*)
- 👉 عين قيمة α التي تحقق المعادلة الشعاعية (*).
- 👌 عين الشعاع $\vec{u}$ الذي يحقق المعادلة الشعاعية (*).

الإرتباط الخطي

حل النشاط: رقم 04 صفحة 253.

تعريف:

نقول عن شعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ أنهما مرتبطان خطيا إذا كان أحدهما يساوي جداء الآخر بعدد حقيقي، أي إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\vec{v} = k\vec{u}$

ملاحظة: الشعاع المدموم مرتبط خطيا مع أي شعاع.

بالفعل من أجل كل شعاع $\vec{u}$ لدينا: $0\vec{u} = \vec{0}$

نتيجة مباشرة:

يكون الشعاعان غير المدمومين مرتبطين خطيا إذا وفقط إذا كان لهما نفس المنحى.

التوازي والاستقامية:

مبرهنة:



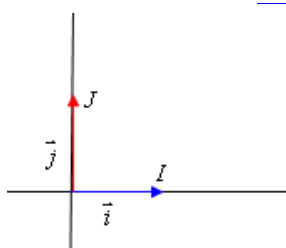
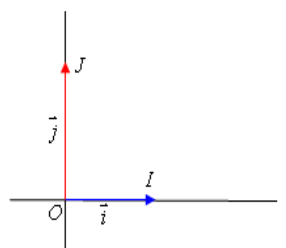
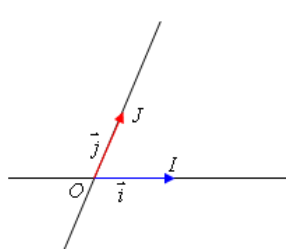
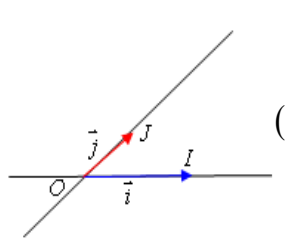
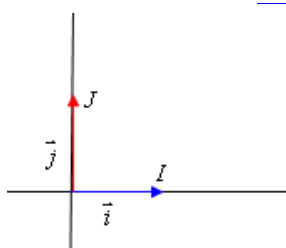
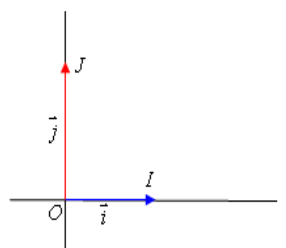
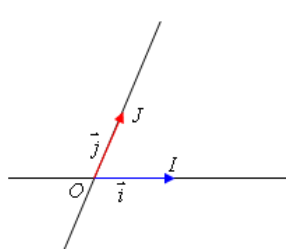
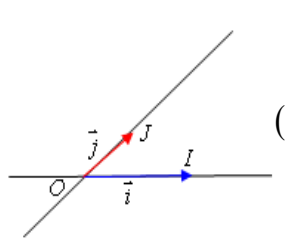
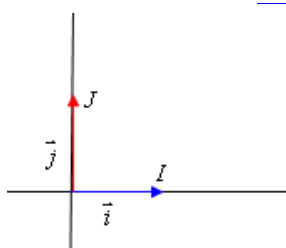
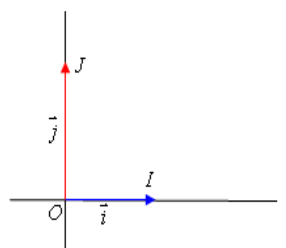
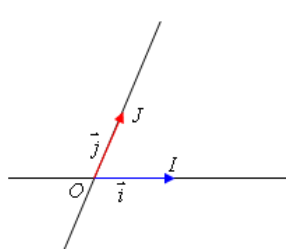
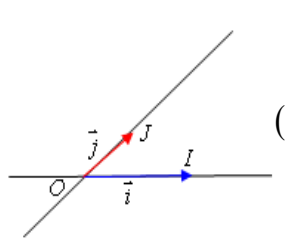
يكون المستقيمان (AB) و (CD) متوازيين إذا وفقط إذا كان الشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ مرتبطين خطيا.

مبرهنة:



تكون النقط A ، B ، C في استقامية إذا وفقط إذا كان الشعاعان $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ مرتبطين خطيا

التعرف على الإرتباط الخطي التوازي
لشعاعين واستقامية ثلاث نقط

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس												
	حل النشاط: رقم 05 صفحة 253. المعلم للمستوي: $(\Delta); (D)$ مستقيمان متقاطعان في النقطة O. I نقطة من (D) و J نقطة من (Δ) نضع $\vec{i} = \overrightarrow{OI}$ و $\vec{j} = \overrightarrow{OJ}$ لدينا $(O; \vec{i})$ معلم خطي للمستقيم (D) و $(O; \vec{j})$ معلم خطي للمستقيم (Δ) الشعاعان $\vec{i}$ و $\vec{j}$ غير معدومين وغير متوازيين. تعريف: الثلاثية $(O; \vec{i}; \vec{j})$ تسمى معلما للمستوي. - النقطة O تسمى مبدأ المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$. - يسمى كل من الشعاعين شعاعي الوحدة. - يسمى المستقيم (D) الموجه بالشعاع $\vec{i}$ بمحور الفواصل. - يسمى المستقيم (Δ) الموجه بالشعاع $\vec{j}$ بمحور التراتيب. - تسمى الثنائية $(\vec{i}; \vec{j})$ أساسا للمستوي. أنواع المعالم: <table border="1"> <thead> <tr> <th>معلم متعامد ومتجانس</th><th>معلم متعامد</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td> $OI = OJ$ $(OI) \perp (OJ)$ </td><td> $OI \neq OJ$ $(OI) \perp (OJ)$ </td></tr> <tr> <td>  </td><td>  </td></tr> <tr> <th>معامل متجانس</th><th>معامل كفي</th></tr> <tr> <td> $OI = OJ$ (OI) لايعامد (OJ) </td><td> $OI \neq OJ$ (OI) لايعامد (OJ) </td></tr> <tr> <td>  </td><td>  </td></tr> </tbody> </table>	معلم متعامد ومتجانس	معلم متعامد	$OI = OJ$ $(OI) \perp (OJ)$	$OI \neq OJ$ $(OI) \perp (OJ)$			معامل متجانس	معامل كفي	$OI = OJ$ (OI) لايعامد (OJ)	$OI \neq OJ$ (OI) لايعامد (OJ)		
معلم متعامد ومتجانس	معلم متعامد												
$OI = OJ$ $(OI) \perp (OJ)$	$OI \neq OJ$ $(OI) \perp (OJ)$												
													
معامل متجانس	معامل كفي												
$OI = OJ$ (OI) لايعامد (OJ)	$OI \neq OJ$ (OI) لايعامد (OJ)												
													

تعريف المعلم و أنواعه

إحداثيا نقطة - مركبتا شعاع:

مبرهنة:

ليكن $(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلما للمستوي .

(1) من أجل كل نقطة M من المستوي ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية $(x; y)$ بحيث $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$

(2) من أجل كل شعاع $\vec{u}$ ، توجد ثنائية وحيدة من الأعداد الحقيقية $(x; y)$ بحيث $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$

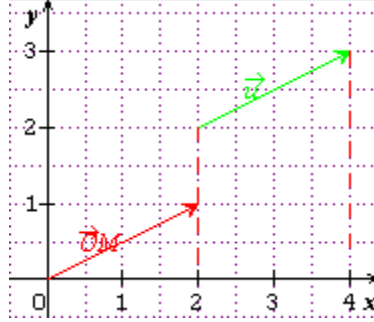
مثال:

من الشكل المقابل

النقطة M إحداثياها هي $(2; 1)$

الشعاع $\overrightarrow{OM}$ مركباته هي $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

لدينا $\vec{u} = 2\vec{i} + 1\vec{j}$ ومنه مركبات الشعاع $\vec{u}$ هي $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$



حساب إحداثيات شعاع وإحداثيتي منتصف قطعة مستقيمة:

مبرهنة:

لتكن $A(x_A; y_A)$ ، $B(x_B; y_B)$ في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) مركبتا الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هما $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$

(2) إحداثيا النقطة M منتصف $[AB]$ هما $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

مثال:

نتائج:

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم للمستوي ، و $\vec{u}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ، و $\vec{v}$ شعاع إحداثياه $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ ، و k

عدد حقيقي.

① تساوي شعاعين: $\vec{u} = \vec{v}$ يكافئ (معناه) $[x = x'; y = y']$.

② مجموع شعاعين: مركبتا المجموع $\vec{u} + \vec{v}$ هما $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$.

③ جداء عدد بشعاع: مركبتا الشعاع $k\vec{u}$ هما $\begin{pmatrix} k \cdot x \\ k \cdot y \end{pmatrix}$.

أمثلة:

شرط الارتباط الخطي لشعاعين:

مبرهنة:

ليكن $(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلما للمستوي، $\vec{u}\left(\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right)$ و $\vec{v}\left(\begin{smallmatrix} x' \\ y' \end{smallmatrix}\right)$ شعاعين منه.
يكون الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا ذا وفقط إذا كان $xy' - x'y = 0$.

ملاحظة: لإثبات أن شعاعين متوازيين يكفي إثبات أنهما مرتبطين خطيا أي $xy' - x'y = 0$
تدعى هذه العلاقة الأخيرة بشرط التوازي.

مثال:

إثبات إستقامية ثلاث نقط في معلم:

$C; B; A$ ثلاث نقط من مستوي .

لإثبات أن النقط $C; B; A$ على إستقامة واحدة يكفي إثبات أن الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$.

تمرين تطبيقي: رقم 51 صفحة 276

المسافة بين نقطتين:

مبرهنة:

لتكن $A(x_A; y_A)$ ، $B(x_B; y_B)$ في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
المسافة بين النقطتين A و B تساوي $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

مثال:

تمرين: رقم 53 - 63 صفحة 276 - 277 .

حساب إحداثيات شعاع و إستقامية
ثلاث نقط في معلم

الكفاءة المستهدفة

سير الدرس

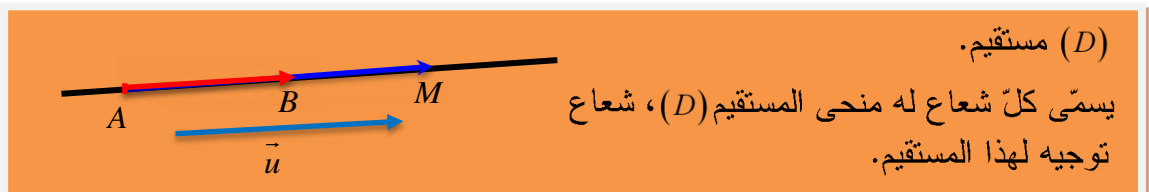
حل النشاط: رقم 06 صفحة 253.

في كل ما سيأتي نعتبر المستوي مزود بمعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

شعاع توجيه مستقيم

كل نقطتين A و B متميزتين تعينان مستقيما (AB) ، ومن أجل كل نقطة M من (AB) فإن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا. نقول أن $\overrightarrow{AB}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB) .

تعريف:

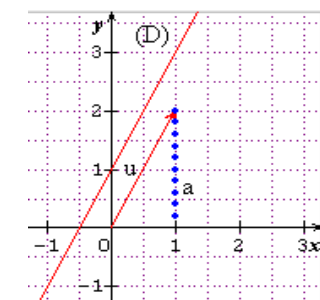


ملاحظة:

إذا كان $\overrightarrow{AB}$ شعاع توجيه للمستقيم (D)، فكل شعاع غير معدوم ومرتب خطيا بالشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو أيضا شعاع توجيه للمستقيم (D) على سبيل المثال في الشكل المقابل لدينا: كل من $\vec{v}$ ، $\vec{u}$ ، $\overrightarrow{AB}$ هي أشعة توجيه للمستقيم (D).

تعريف:

معامل توجيه مستقيم هو المركبة الثانية لشعاع توجيه لهذا المستقيم مركبته الأولى تساوي واحد.



مثال:

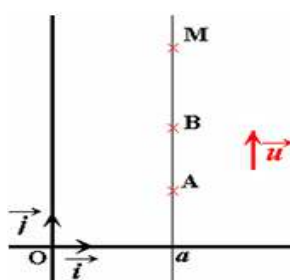
لدينا الشعاع $\vec{u}$ شعاع توجيه للمستقيم (D) مركبته

هي $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix} = \vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ وعليه معامل توجيه المستقيم (D)

هو $a = 2$

معادلة مستقيم يوازي محور الترتيب:

A و B نقطتان لهما نفس الفاصلة a أي $x_A = x_B = a$. كل نقطة M من المستقيم (AB) فاصلتها a . إن المستقيم (AB) يوازي محور الترتيب.



مبرهنة:

- (1) كلّ مستقيم يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشكل $x = a$ و a عدد حقيقي.
 (2) مجموعة النّقط $M(x; y)$ بحيث $x = a$ و a عدد حقيقي هي مستقيم يوازي محور التّراتيب.

تمرين تطبيقي: رقم 68 صفحة 277 .

معادلة مستقيم لا يوازي محور التّراتيب:

إذا كان للنّقطتين A و B فاصلتان مختلفتان أي $x_A \neq x_B$ فإنّ المستقيم (AB) لا يوازي محور التّراتيب

مبرهنة:

كلّ مستقيم لا يوازي محور التّراتيب له معادلة من الشكل $y = ax + b$.

البحث عن معادلة مستقيم معرّف بنقطتين:

تمرين:

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم للمستوي، A و B نقطتان حيث $A(2; 2)$ و $B(3; 0)$

✎ أكتب معادلة المستقيم (AB) .

طريقة:

لإيجاد معادلة مستقيم معرّف بنقطتين يمكن إتباع إحدى الطرائق الآتية:

- البحث عن a, b في المعادلة $y = ax + b$ إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.
- استعمال معامل توجيه المستقيم إذا كان هذا المستقيم لا يوازي محور التّراتيب.
- استعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين.

تمرين تطبيقي: رقم 58 صفحة 276 .

مبرهنة:

a, b عددا حقيقيان. مجموعة النّقط $M(x; y)$ حيث $y = ax + b$ هي مستقيم (D) لا يوازي محور التّراتيب.

البحث عن معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما:

تمرين:

$(O; \vec{i}; \vec{j})$ معلم للمستوي، (D) مستقيم معادلته $y = 3x - 1$ و A نقطة حيث $A(2; 0)$.

✎ جد معادلة للمستقيم (D') الذي يشمل النقطة A و يوازي المستقيم (D) .

طريقة:

- لإيجاد معادلة مستقيم يشمل نقطة معلومة ويوازي مستقيما معلوما يمكن استغلال ما يأتي:
- 1 للمستقيمين نفس المعامل التوجيه a ، وتوظيفه في معادلة من الشكل $y=ax+b$.
 - 2 للمستقيمين نفس شعاع التوجيه ، واستعمال شرط الارتباط الخطي لشعاعين.

حساب معامل توجيه مستقيم:

مبرهنة:

من أجل كلّ نقطتين $A(x_A; y_A)$ ، $B(x_B; y_B)$ في معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $x_A \neq x_B$ ، معامل توجيه المستقيم (AB) يساوي

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

مثال:

أوجد معامل توجيه المستقيم (D) الذي يشمل النقطتين $A(2; 0)$ و $B(3; 0)$.

شرط توازي مستقيمين:

مبرهنة:

يكون المستقيمان (D) و (D') اللذان معادلتاهما $y = ax + b$ ، $y = a'x + b'$ على الترتيب متوازيين إذا وفقط إذا كان لهما نفس معامل التوجيه أي $(D) // (D')$ يكافئ $a = a'$.

تمرين: رقم 70 - 72 - 73 - 76 - 77 صفحة 277 - 278 .

شرط توازي مستقيمين

الكفاءة المستهدفة	سير الدرس
حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين	حل النشاط: رقم 07 صفحة 253. نعتبر فيما يلي $(a; b) \neq (0; 0)$ و $(a'; b') \neq (0; 0)$ تعريف: نسمي جملة معادلتين خطيتين لمجهولين كل جملة $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ حيث $c'; b'; a'; c; b; a$ أعداد حقيقية معلومة. ونعني بحل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين إيجاد الثنائيات $(x; y)$ التي تحقق المعادلتين في آن واحد. طرق حل جملة معادلتين خطيتين لمجهولين: 1 طريقة الجمع والتعويض: مثال: حل في $\mathbb{R}^2$ (أي $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$) جملة المعادلتين (α) $\begin{cases} -2x + y = 0 \\ x + y = 6 \end{cases} \dots\dots (\alpha)$ 2 طريقة المحدد: لحل الجملة التالية: $(\alpha) \begin{cases} ax + by = c \dots\dots (1) \\ a'x + b'y = c' \dots\dots (2) \end{cases}$ نحسب العدد $\Delta = a \cdot b' - b \cdot a'$ ، والذي يسمى محدد الجملة (α) ونكتب $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ ونميز حالتين حسب قيمة Δ. 👉 إذا كان $\Delta \neq 0$ فإن الجملة (α) لها حل وحيد في $\mathbb{R}^2$ هو $(\alpha; \beta)$ حيث: $\beta = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\Delta} \quad \text{و} \quad \alpha = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\Delta}$ 👉 إذا كان $\Delta = 0$ فإن الجملة (α) إما ليس لها حل في $\mathbb{R}^2$ وذلك إن لم تكن المعادلة ① تكافئ المعادلة ② ، وإلا فلها عدد غير منته من الحلول في $\mathbb{R}^2$. مثال: حل في $\mathbb{R}^2$ (أي $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$) كل جملة من الجمل التالية: $\begin{cases} x + 3y - 1 = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \dots\dots (3) \quad , \quad \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases} \dots\dots (2) \quad , \quad \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \dots\dots (1)$

تذكير:

الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوى:

(D) و (D') مستقيمين من نفس المستوى (P).

الوضع النسبي لهذين المستقيمين هما إما متقاطعين في نقطة واحدة، وأما متوازيان منفصلان أو متطابقين.

③ الطريقة البيانية:

$$(\alpha) \begin{cases} ax + by = c \dots\dots(1) \\ a'x + b'y = c' \dots\dots(2) \end{cases} \text{ تكون جملة المعادلتين الخطيتين التالية:}$$

المعادلة (1) أي $ax + by = c$ تكتب على الشكل $x = \frac{c}{a}$ من أجل $b = 0$ و $a \neq 0$

وتكتب على الشكل $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$ من أجل $b \neq 0$ و $a \neq 0$ ، فهي في الحالتين معادلة

مستقيم وليكن (D) ، كذلك بالنسبة للمعادلة (2) معادلة مستقيم وليكن (D') .

الثنائية $(\alpha; \beta)$ حل لجملة المعادلتين معناه أن النقطة $M(\alpha; \beta)$ تنتمي إلى كل من المستقيمين

(D) و (D') ، وعليه عدد الحلول هو حسب الوضع النسبي للمستقيمين.

الحل البياني هو إنشاء المستقيمين ثم تعيين النقط المشتركة.

مثال: حل التمرين 78 صفحة 278.

تمرين: رقم 79 - 80 - 84 - 85 صفحة 278 .

حل مسائل تؤدي إلى استخدام جملة معادلتين خطيتين لمجهولين