

كل إجابة بدون تبرير لا تقبل

التمرين الأول: 05 نقاط لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة عينها مع التعليل:

1 حلول المعادلة : $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ هي:

(أ) $S = \{1; -\ln(2)\}$ (ب) $S = \{0; 1\}$ (ج) $S = \left\{0; -\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right\}$

2 الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+2}$. دالتها المشتقة f' هي:

(أ) $f'(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} \times \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ (ب) $f'(x) = \frac{2}{3} \ln(x+2)$ (ج) $f'(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} \times \left(\frac{2}{3}\right)$

3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + \ln(2e^x + 1))$ تساوي:

(أ) 0 (ب) $\ln 2$ (ج) $-\infty$

4 نعتبر المعادلة التفاضلية : $-y' + 2y - 2 = 0$ الحل الخاص لها والذي يحقق $y(0) = 2023$ هو:

(أ) $y = 2022e^{-2x} + 1$ (ب) $y = -2022e^{2x} + 1$ (ج) $y = 2022e^{2x} + 1$

5 الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \ln(\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{2}x)$ هي دالة :

(أ) فردية (ب) زوجية (ج) لا فردية ولا زوجية

التمرين الثاني: 06 نقاط

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (a - 2x)e^x + b$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان، (C_g) تمثيلها البياني.

(أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث: $g'(x) - g(x) = -2e^x - 2$ والمنحنى (C_g) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1. (التعويض والمطابقة).

2 نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$.

(أ) أدرس تغيرات الدالة g . (تغيرات = نهايات + اتجاه تغير).

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.68 < \alpha < 1.69$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

3 f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + \frac{4x - 2}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

(أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$.

(ب) إستنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (إستعمل جدول إشارة g).

(ج) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2 - 4x)e^x}{e^x + 1}$. (يمكنك توحيد المقامات).

(د) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

(هـ) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = 4x - 1$.

(و) انشئ كلا من (Δ) و (C_f) . يمكن أخذ $f(\alpha) = 1.74$.

التمرين الثالث: 09 نقاط

الجزء الأول

g دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2 \ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$.

1 بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$.

2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.89 < \alpha < 1.90$.

3 إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني

تكن f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2 \ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا.

2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$.

3 بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$ ومتناقصة تماما على $\left]0; \frac{1}{\alpha}\right[$. ثم شكل جدول تغيرات f .

4 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

5 ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 2$.

6 بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A فاصلتها 1.

7 أكتب معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة A .

8 بين أن: $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 2\left(\alpha - \frac{1}{\alpha} - 1\right)$. ثم إستنتج حصر ل $f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$.

9 انشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

10 ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = 1 - 2m$

الجزء الثالث

لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = |x| + 2 - \frac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني.

1 بين أن الدالة h زوجية.

2 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن: $h(x) = -f(x)$.

3 إشرح كيفية رسم (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم.

“En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s’y habitue.” —John von Neumann—mathématicien et physicien américano-hongrois.

التصحيح المفصل للإختبار الأول في مادة الرياضيات للسنة 3 ثانوي شعبة علوم تجريبية



1

لكل سؤال إجابة واحدة فقط صحيحة عينها مع التعليل:

1 حلول المعادلة : $0 = e^{2x} - 3e^x + 2$ هي: (ج) $S = \left\{0; -\ln\left(\frac{1}{2}\right)\right\}$. 1 ن

2 الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+2}$. دالتها المشتقة f' هي: (أ) $f'(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} \times \ln\left(\frac{2}{3}\right)$. 1 ن

3 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x + \ln(2e^x + 1))$ تساوي: (ب) $\ln 2$. 1 ن

4 نعتبر المعادلة التفاضلية : $-y' + 2y - 2 = 0$ الحل الخاص لها والذي يحقق $y(0) = 2023$ هو: (ج) $y = 2022e^{2x} + 1$. 1 ن

5 الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{2x})$ هي دالة : (أ) فردية . 1 ن



2

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (a - 2x)e^x + b$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان، (C_g) تمثيلها البياني.

(أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $g'(x) - g(x) = -2e^x - 2$ والمنحنى (C_g) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1. (التعويض والمطابقة).

الجواب

0.5 ن $b = 2; a = 3$

2 نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$.

(أ) أدرس تغيرات الدالة g . (تغيرات=نهايات+إتجاه تغير).

الجواب

0.25 ن $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 2$ 0.25 ن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$

0.5 ن $g'(x) = (1 - 2x)e^x$ 0.5 ن الدالة g متزايدة تماما على المجال $\left[-\infty; \frac{1}{2}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$.

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.68 < \alpha < 1.69$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

الجواب

0.25 ن مبرهنة القيم المتوسطة.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-

0.25 ن إشارة $g(x)$

3 f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 1 + \frac{4x - 2}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

(أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$.

الجواب

0.5 ن حساب المشتقة.

(ب) إستنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (إستعمل جدول إشارة g).

الجواب

0.25 ن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ 0.25 ن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

0.5 ن ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty; \alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$.

جدول التغيرات: 0.5 ن

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	1

(ج) بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{e^x + 1}$. 0.25 ن
(يمكنك توحيد المقامات).

الجواب

يمكن استعمال عدة طرق هنا.

(د) إستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .
الجواب

(C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y = 4x - 1$ بجوار $-\infty$. 0.25 ن

(هـ) أدرس الوضع النسبي ل (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = 4x - 1$.

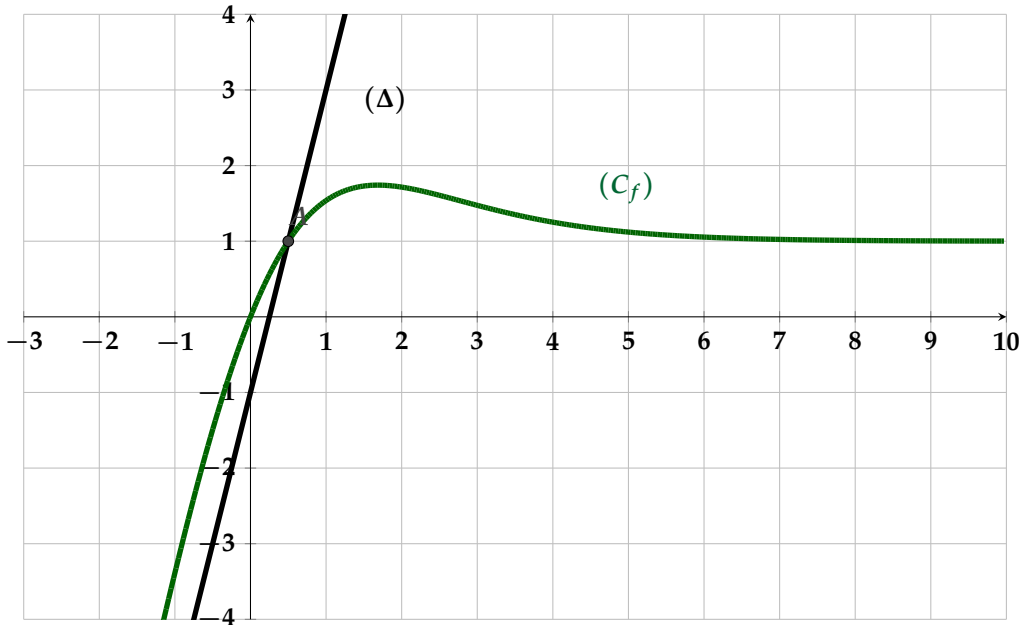
الجواب

الوضع النسبي

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x) - y$	(C_f) يقع فوق (Δ)	0	(C_f) يقع تحت (Δ)

0.5 ن

(و) انشئ كلا من (Δ) و (C_f) . يمكن أخذ $f(\alpha) = 1.74$. 0.5 ن



الجزء الأول

g دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2 \ln x - 1 - \frac{1}{x^2}$.

1 بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$.

الجواب

0.5 ن ومنه g متزايدة تماما على $]0; +\infty[$ 0.5 ن $g'(x) = \frac{2x^2 + 2}{x^2} > 0$

2 بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,89 < \alpha < 1,90$.

الجواب

مبرهنة القيم المتوسطة. 0.5 ن

3 إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x الموجب تماما إشارة $g(x)$.

الجواب

إشارة $g(x)$ 0.25 ن

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

الجزء الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2 \ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني .

1 أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا.

الجواب

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ التفسير: $x = 0$ م م عمودي 0.25 ن .

2 بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$.

الجواب

$$f'(x) = -1 + \frac{2\frac{1}{x} - 3 - 2 \ln x}{x^2} = \frac{-x^2 - 1 - 2 \ln x}{x^2} = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$$

3 بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\left]0; \frac{1}{\alpha}\right[$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$. ثم شكل جدول تغيرات f .

الجواب

لدينا: $\frac{1}{x^2} > 0$ ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

إشارة $g(x)$ 1 ن

x	0	$\frac{1}{\alpha}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$	$-\infty$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

الجواب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)] = 0$$

التفسير: $y = -x - 2$ م م ل (C_f) بجوار $+\infty$. 0.25 ن

ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x - 2$.

الجواب

$$f(x) - y = \frac{3 + 2 \ln x}{x}$$

0.5 ن

x	0	$e^{-\frac{3}{2}}$	$+\infty$
$f(x) - y_{\Delta}$	-	0	+

(C_f) يقطع (Δ) في النقطة $B(e^{-\frac{3}{2}}; -e^{-\frac{3}{2}} - 2)$

بين أن (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A فاصلتها 1.

الجواب

$$g''(x) = \frac{4 \ln x}{x^3} \quad \text{ومنه } 0.25 \text{ ن}$$

x	0	1	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

المشتقة الثانية تنعدم عند النقطة من أجل $x_0 = 1$ مغيرة إشارتها إذن النقطة A ذات الفاصلة 1 نقطة إنعطاف ل (C_f) . 0.25 ن

أكتب معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة A .

الجواب

$$(T): y = -2x + 2 \quad 0.5 \text{ ن}$$

بين أن: $f(\frac{1}{\alpha}) = 2(\alpha - \frac{1}{\alpha} - 1)$. ثم إستنتج حصر ل $f(\frac{1}{\alpha})$.

الجواب

$$g(\alpha) = 0 \iff 2 \ln \alpha = 1 + \frac{1}{\alpha^2}$$

$$f(\frac{1}{\alpha}) = -\frac{1}{\alpha} - 2 + \alpha(3 - (1 + \frac{1}{\alpha^2}))$$

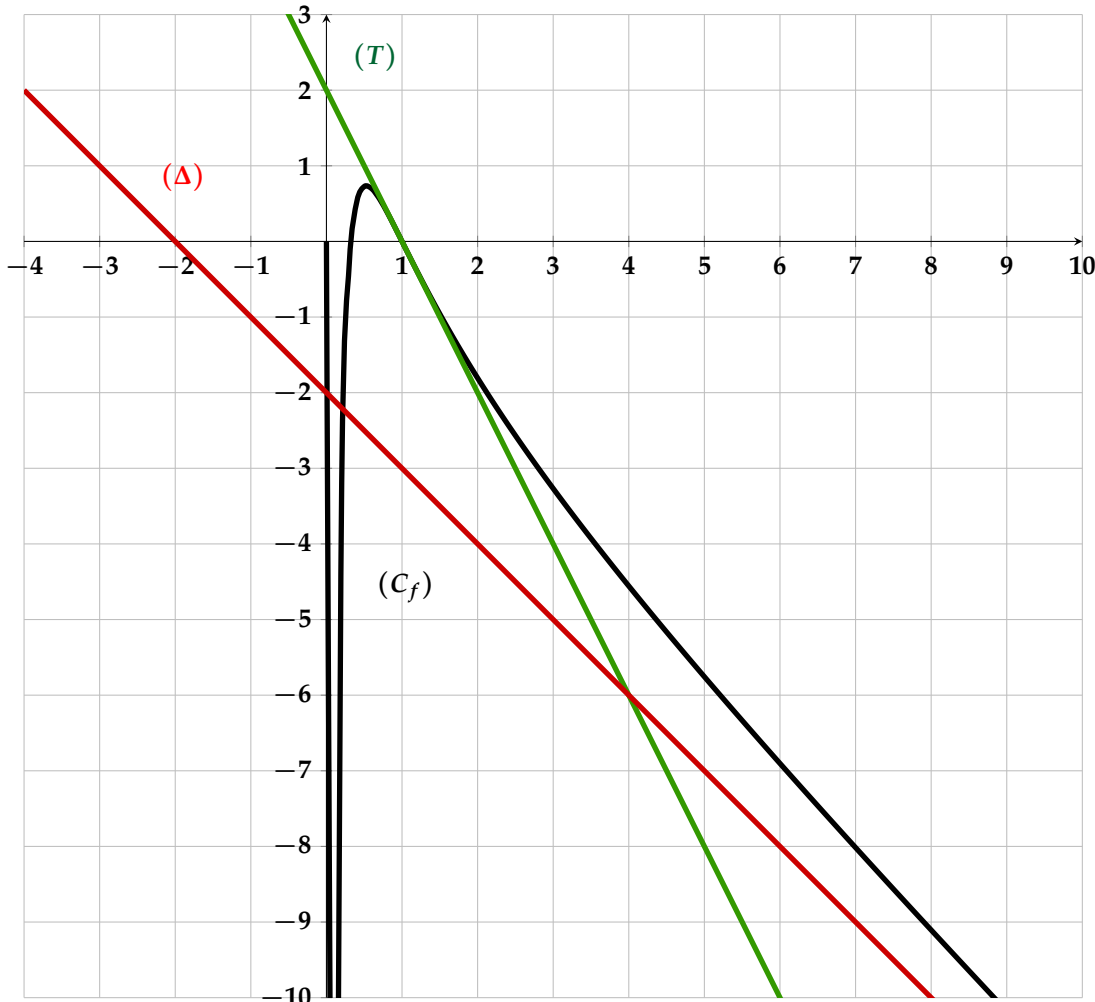
$$f(\frac{1}{\alpha}) = 2(\alpha - \frac{1}{\alpha} - 1) \quad 0.25 \text{ ن}$$

$$\text{الحصر: } 2(0.89 - \frac{1}{0.89}) < f(\frac{1}{\alpha}) < 2(0.90 - \frac{1}{1.90})$$

$$0.72 < f(\frac{1}{\alpha}) < 0.74 \quad 0.25 \text{ ن}$$

انثئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

الجواب 0.75 ن



ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = 1 - 2m$

الجواب

من أجل $m > \frac{1 - f(\frac{1}{\alpha})}{2}$ المعادلة تقبل حلان موجبان تماماً.

من أجل $m < \frac{1 - f(\frac{1}{\alpha})}{2}$ المعادلة لا تقبل حلولاً.

من أجل $m = \frac{1 - f(\frac{1}{\alpha})}{2}$ المعادلة تقبل حل وحيد. 0.5 ن

الجزء الثالث

لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x) = |x| + 2 - \frac{3 + \ln(x^2)}{|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني .

1 بين أن الدالة h زوجية. الجواب

من أجل كل $x \in \mathbb{R}^*$ فإن $-x \in \mathbb{R}^*$

من جهة أخرى $h(-x) = h(x)$ ومنه الدالة h زوجية. 0.5 ن

2 تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ فإن : $h(x) = -f(x)$.

الجواب التحقق. 0.25 ن

3 اشرح كيفية رسم (C_h) ثم ارسمه في نفس المعلم.

الجواب

لما $x > 0$ فإن (C_h) يناظر (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل . وبما أن الدالة h زوجية فإن منحناها يكون متناظر بالنسبة لمحور الترتيب. 0.25 ن + 0.25 ن

إنتهى

من إعداد الأستاذ : مزروح يوسف