

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 ن)

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = -3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}$.
 f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty; 6[$ بـ: $f(x) = \frac{9}{6-x}$. (C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الشكل أدناه)
 (أ) أعد رسم الشكل على الورقة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3
 دون حسابها موضحا خطوط الرسم وضع تخمينا حول اتجاه تغيرها و تقاربها
 (ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3$
 (ت) ادرس تغيرات الدالة وهل هي متقاربة.
2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$
 (أ) برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
 (ب) أكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
 (ت) احسب المجموع: $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$

التمرين الثاني: (05 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; i; j; k)$ ولتكن النقط $A(0.1, -2); B(-1.0, -1); C(0, -5, -5)$

$$; D(6, -4, \frac{1}{2}). E(1, -4, -6)$$

1. بين أن $ABCE$ مثلث يطلب تعيين طبيعته واستنتج طبيعة الرباعي $ABCE$
2. ليكن $n(-3; 1; -2)$ شعاع ناظمي لـ (ABC) . اكتب معادلة ديكارتية له
3. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D وعمودي على (ABC) .
4. لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على (ABC) .
- عين احداثيات النقطة H واستنتج المسافة بين D و (ABC) .
5. لتكن (S) سطح الكرة التي معادلتها: $x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 8y - z - \frac{15}{4} = 0$

- بين أن المستوي (ABC) مماسا لسطح الكرة في نقطة يطلب تحديدها

6. بين أن حجم الهرم $ABCE$ يساوي 28 وحدة حجم

التمرين الثالث: (04 ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$ ، النقاط $D; C; B; A$ صور الأعداد المركبة

$$; z_D = 2 - 3i ; \quad z_C = 2 + 3i ; \quad z_B = -2 - 4i ; \quad z_A = 2 + 4i$$

1. اكتب العدد المركب Z حيث $Z = z_A + z_D + 1$ على شكله الأسّي والمثلثي

2. أحسب العدد $\left(\frac{Z}{\sqrt{2}}\right)^{2017}$

3. عين العدد z_F لاحقة النقطة F حيث $\frac{z_F - z_A}{z_F - z_B} = i$ واستنتج طبيعة المثلث AFC

4. عين مجموعة النقاط M من المستوي صورة العدد المركب Z حيث: $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$

التمرين الرابع: (07 ن)

لتكن الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ على ب: $g(x) = 2e^x - x - 2$

1. ادرس تغيرات الدالة g

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1.6, -1.5[$

3. احسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

لتكن f الدالة العددية المعرفة $\mathbb{R}$ على ب: $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$. نسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

معلم متعامد $(O; i; j)$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و فسر النتيجة الأولى بيانيا

2. تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = e^x g(x)$. ادرس إشارة f وشكل جدول تغيراتها

3. أنشئ (C)

4. باستعمال المكاملة بالتجزئة 'أثبت أن: $\int_{\lambda}^0 (x + 1)e^x d(x) = -\lambda e^{-\lambda}$ مع λ عدد حقيقي سالب

5. استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C) وبمحور الفواصل والمستقيمين ذو المعادلتين : $x = \lambda$ و $x = 0$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(0; i; j; k)$. A و B نقطتان من الفضاء حيث $A(6, -1, 4); B(1, -5, 6)$

$$\Delta \text{ و } \Delta' \text{ مستقيمان تمثيلا الوسيطى : } \begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 2 \\ z = 3t - 5 \end{cases} \quad / \quad t \in \mathbb{R}$$

1. بين أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ)
- ب . اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ') الذي يشمل النقطة B ويوازي المستقيم (Δ)
- ج . بين أن الشعاع $\overrightarrow{AB}$ عمودي على (Δ) و استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (Δ')

1. ليكن المستوي (p) الذي يحوي (Δ) و (Δ')
- أثبت أن (p) معادلته $10x - 19y - 13z - 27 = 0$

$$2. \text{ ليكن المستوي } (q) \text{ الذي تمثيلا الوسيطى : } \begin{cases} x = -2t + 4t' - \frac{9}{2} \\ y = 3t - 3t' + 6 \\ z = t + 4t' + 3 \end{cases} \quad / \quad t \in \mathbb{R} ; t' \in \mathbb{R}$$

- أ . بين أن المستوي (q) هو المستوي المحوري للقطعة $[AB]$
- ب . تحقق أن المستويين (p) و (q) متعامدان و استنتج التمثيل الوسيطى لمستقيم تقاطعهما.

التمرين الثاني: (05 ن)

1. أ . عين الجذران التربيعيان للعدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3 + 4i$
- ب . حل في مجموعة الأعداد المركبة $\square$ المعادلة ذات المجهول المركبة z : $(z^2 + 1)(z^2 - 3 - 4i) = 0$
2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$, نعتبر النقط A , B , C , D و E التي لواحقها على الترتيب $z_A = 2 + i$, $z_B = 2 - i$, $z_C = i$, $z_D = -i$ و $z_E = -3i$ على الترتيب
- أ . أكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الأسى .
- ب . استنتج طبيعة المثلث ABC
3. أ . عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحقق $S(C) = C$ و $S(A) = B$ محددا نسبته وزاويته
- ب . عين صورة القطعة المستقيمة $[AB]$ بالتشابه S
- ج . استنتج مساحة المثلث BCE بالتشابه S
4. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث $iz = 1 + 2ie^{i\theta}$ لما θ يمسح المجموعة $\mathbb{R}$

التمرين الثالث: (04 ن)

1. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_{n+1} = e^{\frac{-1}{2}} \sqrt{u_n}$ - أحسب كل من u_2 و u_3
2. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > \frac{1}{e}$.
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n: \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ واستنتج اتجاه تغير (u_n)
4. نضع من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln u_n$
- أ . بين أن (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$
- ب . عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = e^{6(\frac{1}{2})^{n-1}}$
5. أحسب الجداء : $p_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

التمرين الرابع: (07 ن)

- لتكن g دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = 2 - \frac{3x}{x+1}$
1. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها
 2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1 < \alpha < \sqrt{2}$ ثم استنتج إشارة g
 - نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{-x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$
 1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
 2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x : $f'(x) = \frac{g'(x)}{x^3}$ وشكل جدول تغيرات الدالة f
 3. بين أن (T) الذي معادلته $y = \frac{-x}{3}$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ وادرس وضعيته بالنسبة لـ (C_f)
 4. أنشئ (C_f) و (T) (نأخذ $\alpha \approx 1.4$)
 5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx^2 - \ln x = 0$

انتهى الموضوع الثاني