

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية



مديرية التربية لولاية تيارت

دورة :ماي 2024

ثانوية سليمان بن حمزة -عين الذهب.

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات

امتحان بكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي

الشعبة : تسيير و اقتصاد

المدة :03 سا و 30 د

اختبار في مادة : الرياضيات

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين : الموضوع الأول :

(04 نقاط)

يمثل الجدول التالي الإنتاج العالمي للطاقات المتجددة من سنة 2008 إلى سنة 2015

يتم التعبير عن هذا الإنتاج بمليار من PET (PET هي وحدة لقياس الطاقة) في كل ما يلي تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ 

| السنة                | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| رتبة السنة $x_i$     | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
| نسبة الاستهلاك $y_i$ | 1.50 | 1.53 | 1.59 | 1.62 | 1.68 | 1.74 | 1.78 | 1.82 |

1 مثل في سحابة النقط  $M(x_i; y_i)$  في معلم متعامد مبدؤه :  $O(1; 1.50)$ (نأخذ  $1cm$  لكل سنة على محور الفواصل و  $1cm$  لكل  $0.05$  على محور الترتيب)2 عين  $(\bar{x}; \bar{y})$  إحداثي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ومثلها في المعلم السابق.3 أكتب معادلة مستقيم الإنحدار للسلسلة  $(x_i; y_i)$ ، ثم ارسم هذا المستقيم في المعلم السابق.

4 باستعمال هذا التعديل قدر الانتاج العالمي للطاقة المتجددة بحلول عام 2023.

## التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقيومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $3u_{n+1} = 2(u_n - 1)$ □ عين قيمة  $\alpha$  بحيث تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة.□ في كل ما يلي نفرض أن :  $\alpha = -1$ 1 برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $u_n > -2$ .2 نعتبر المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = u_n + 2$ □ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $3v_{n+1} - 2v_n = 0$ □ استنتج أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول□ أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي:  $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$ □ هل المتتالية  $(u_n)$  متقاربة؟ عين نهايتها.3 أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

يضم مصنع ورشتين  $A$  و  $B$  لتصنيع الأقلام. عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم، صنعت الورشة  $A$  منها 600 وصنعت البقية في الورشة  $B$ . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة  $A$  غير صالحة للإستعمال. في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة  $B$  غير صالحة للإستعمال. نسحب عشوائيا قلما من الطلب.

يرمز  $A$  إلى الحادثة " القلم مصنوع في الورشة  $A$  "

يرمز  $B$  إلى الحادثة " القلم مصنوع في الورشة  $B$  "

يرمز  $D$  إلى الحادثة " القلم صالح للإستعمال "

(1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج الوضعية.

(2) ما احتمال أن يكون القلم صالحا للاستعمال.

(3) علما أن القلم صالح للاستعمال، ما احتمال أن يكون ضنع في الورشة  $A$

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = e^{2x} - 3e^x + x + 2$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}; \vec{j})$ . (الوحدة 4cm)

(1) أ (أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم بين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(D)$  يطلب تعيين معادلته.

ب (أدرس الوضع النسبي للمستقيم  $(D)$  مع المنحنى  $(C_f)$ )

(2) أ (بين أنه من أجل  $x \in \mathbb{R}$ :  $f(x) = e^x \left( e^x - 3 + \frac{x}{e^x} + \frac{2}{e^x} \right)$ )

ب (استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ )

(3) أ (تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $f'(x) = (2e^x - 1)(e^x - 1)$ )

ب (حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f'(x) = 0$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) ع (عين معادلة المماس  $(T)$  عند النقطة التي فاصلتها  $\ln \left( \frac{2}{3} \right)$ )

(5) أنشيء المنحنى  $(C_f)$  والمستقيمت  $(D)$ ،  $(T)$

(6) أحسب ب  $cm^2$  المساحة  $S$  لحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$ ، المستقيم  $(D)$

والمستقيمين اللذين معادلتهما:  $x = 0$  و  $x = \ln(3)$ .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني :التمرين الأول: (04 نقاط)

I يمثل الجدول التالي تطور المعدل السنوي لسعر الكيلو غرام الواحد من مادة معينة وهذا للسنوات الخمس

| السنة                | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 | 2023 |
|----------------------|------|------|------|------|------|
| رتبة السنة $x_i$     | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
| سعر الكيلوغرام $y_i$ | 50   | 75   | 175  | 225  | 300  |

- (1) مثل في سحابة النقط  $M(x_i; y_i)$  في معلم متعامد مبدؤه :  $O(0; 50)$   
 (تأخذ  $1cm$  لكل سنة على محور الفواصل و  $1cm$  لكل 50 كيلوغرام على محور الترتيب)  
 (2) عين  $(\bar{x}; \bar{y})$  إحداثي  $G$  النقطة المتوسطة لسحابة النقط ومثلها في المعلم السابق.  
 (3) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا من الشكل:  $y = 65x - 30$  ، ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

II) بوضع  $z_i = \ln(y_i)$ 

(1) انطلاقا من الجدول السابق أكمل الجدول التالي : (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ )

|                 |   |   |   |   |   |
|-----------------|---|---|---|---|---|
| $x_i$           | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| $z_i = \ln y_i$ |   |   |   |   |   |

- (2) (أ) عين  $(\bar{x}; \bar{z})$  إحداثي  $G'$  النقطة المتوسطة  
 (ب) أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا  $z = ax + b$  (تدور  $a$  و  $b$  إلى  $10^{-2}$ )  
 (ج) بين أن:  $y = ke^{0.48x}$  حيث  $k$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة كمايلي :  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 5$

(1) (أ) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $u_n < 15$

(ب) بين أن المتتالية ( $u_n$ ) متزايدة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) ( $v_n$ ) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب:  $v_n = u_n - 15$

(أ) بين أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  وأحسب النهاية :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

(3) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  والجداء  $P_n$  حيث :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  و  $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

ينتج مصنع منتوجاً بكمية  $q$  حيث :  $0 \leq q \leq 50$

الكلفة الهامشية  $C_m$  المقدر بـ  $DA$  لإنتاج وحدة إضافية هي :  $C_m(q) = \frac{15}{2}q^2 - 40q + 80$   
 تقدر المصاريف الثابتة للوحدة من إنتاج هذه الكمية بـ :  $125DA$ .

اختبار في مادة : الرياضيات / الشعبة : تسيير و اقتصاد / بكالوريا تجريبي 2024

- (1) علما أن الكلفة الاجمالية  $C$  هي الدالة الأصلية للكلفة الهامشية  $C_m$  على المجال  $[0; 50]$ .  
 أوجد عبارة  $C(q)$  بدلالة  $q$ .
- (2) علما أن الكلفة المتوسطة  $C_M$  معرفة على المجال  $[0; 50]$  كما يلي :  $C_M(q) = \frac{C(q)}{q}$ .  
 أوجد عبارة  $C_M(q)$  بدلالة  $q$ .
- (3) تحقق ان الدالة المشتقة  $C'_M(q)$  معرفة على المجال  $[0; 50]$  كما يلي :  $C'_M(q) = \frac{5(q-5)(q^2+q+5)}{q^2}$
- (4) أدرس اتجاه اتغير الدالة  $C_M$  على المجال  $[0; 50]$  ، ثم أنشيء جدول تغيراتها.
- (5) عين الكمية  $q$  التي يجب إنتاجها حتى تكون الكلفة المتوسطة أصغر مايمكن.
- (6) أحسب في هذه الحالة الكلفة المتوسطة والكلفة الهامشية. ماذا تلاحظ؟

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

**I** نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كمايلي :  $g(x) = 1 + x^2 + \ln x$ .

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $0.32 < \alpha < 0.33$ .

(3) استنتج حسب قيم إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

**II** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كمايلي :  $f(x) = -x + \frac{2 + \ln x}{x}$

ونسقي  $(C_f)$  منحنيا البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

(2) بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$  ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) (ا) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$  واستنتج أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلته.

(ب) ادرس الوضع النسبي بين المنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

(4) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماس  $(T)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$  في نقطة يُطلب تعيينها . اكتب معادلة المماس  $(T)$ .

(5) مثل بيانيا  $(T)$ ، ثم  $(C_f)$ .

علما أن  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما  $x_0$  و  $x_1$  حيث :  $0.1 < x_0 < 0.2$  و  $1.5 < x_1 < 1.6$ .

(6) (ا) أحسب مشتقة الدالة  $u : x \mapsto \frac{1}{2} (\ln(x))^2$

(ب) استنتج الدالة الأصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(ج) أحسب المساحة  $S$  لحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ، ومحور الفواصل

والمستقيمين اللذين معادلتهما :  $x = 2$  و  $x = 3$ .

انتهى الموضوع الثاني