

مذكرة رقم 01: التعرف على الدالة كثير حدود

مذكرة رقم 02: جذر كثير حدود

مذكرة رقم 03: المعادلات والمتراجحات مضاعفة التربع

مذكرة رقم 04: مجموع و جداء هلي معادلة من الدرجة الثانية

مذكرة رقم 05: مجموع و جداء هلي معادلة من الدرجة الثانية



إعداد الأستاذة : نرجس مرواني

السنة الدراسية 2020 – 2021

للتواصل معنا تابعونا على مواقع التواصل الاجتماعي :

merouaninardjiss@gmail.com

profmerouani

الأستاذة نرجس مرواني للرياضيات

0770349020

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم  
السنة الدراسية : 2020 – 2021  
يوم :  
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع  
ميدان التعلم : تحليل  
الوحدة : الدوال ككثيرات الحدود  
المحتوى المعرفي : التعرف على الدالة كثير حدود

المفاهيم الأساسية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.  
المفاهيم المتقدمة : القدرة على التعرف على الدوال ككثيرات الحدود، وتعيين درجتها وخواصها.  
المهارات : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

| الوقت | س ا حة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ا ر ا ح ل                                       |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| د10   | <p><b>نشاط مقترح :</b></p> <p>بسط ثم رتب العبارة <math>f(x)</math> حيث : <math>f(x) = 3x + 2x^3 - 3(2x + x^2 + 1)</math><br/>         • ما هو الحد الأعلى درجة في العبارة <math>f(x)</math>، حدد معامل هذا الحد.</p> <p><b>1 الدالة كثير حدود :</b></p> <p><b>تعريف</b></p> <p>سمي دالة كثير حدود كل دالة <math>f</math> معرفة على <math>\mathbb{R}</math> بـ : <math>f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0</math> حيث <math>n</math> عدد طبيعي و <math>a_0, a_1, \dots, a_n</math> أعداد حقيقية ثابتة.<br/>         • يسمى العدد الطبيعي <math>n</math> درجة كثير حدود <math>f</math>، وتسمى الأعداد <math>a_0, a_1, \dots, a_n</math> معاملاته، ويسمى <math>a_p x^p</math> الحد الذي درجته <math>p</math>.</p>                                          | <p>الانطلاق</p> <p>البناء<br/>و<br/>الترسيع</p> |
| د20   | <p><b>مثال</b></p> <p>• كل دالة ثابتة <math>x \mapsto a_0</math> هي كثير حدود درجته 0.<br/>         • كل دالة تاليفية <math>x \mapsto ax + b</math> حيث : <math>(a \neq 0)</math> هي كثير حدود درجته 1.<br/>         • كل دالة <math>x \mapsto ax^2 + bx + c</math> حيث : <math>(a \neq 0)</math> هي كثير حدود درجته 2 ( تسمى أيضا ثلاثي حدود من الدرجة الثانية).<br/> <b>2 تساوي كثيري حدود :</b></p> <p><b>مبرهنة</b></p> <p>يكون كثيرا حدود، غير معدومين متساويين إذا وفقط إذا كانا من نفس الدرجة وكانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية.</p> <p><b>مثال</b></p> <p>إذا كان لدينا من أجل كل عدد حقيقي <math>x</math> : <math>2x^3 - x + 3 = ax^3 + bx^2 + cx + d</math> فإن <math>a = 2</math> ، <math>b = 0</math> ، <math>c = -1</math> ، <math>d = 3</math>.</p> |                                                 |

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم  
السنة الدراسية : 2020 – 2021  
يوم :  
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع  
ميدان التعلم : تحليل  
الوحدة : الدوال كثيرات الحدود  
المحتوى المعرفي : جذر كثير حدود

المتنوعات : القالب : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.  
الصفاء : المتن : القدرة على التعرف على الدوال كثيرات الحدود، وتعيين درجتها.  
الطوأت : المتن : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

| الوقت | س ا صة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ا ر ا ح ل                               |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 20د   | <p><b>نشاط مقترح :</b></p> <p>نعتبر الدالتين كثير الحدود <math>f</math> و <math>g</math> المعرفتين بـ : <math>f(x) = x^2 + 1</math> و <math>g(x) = x^3 + x</math></p> <p>① عين كثيرات الحدود التالية : <math>f + g</math> ، <math>3f - g</math> ، <math>f \circ g</math> .</p> <p>② عين الكثير الحدود <math>f \times g</math> محددًا درجته .</p> <p>③ بسط العبارة <math>h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}</math> ، هل يمكن إعتبار <math>h(x)</math> كثير حدود ؟</p> <p><b>① عمليات على كثيرات الحدود :</b></p> <p>مجموع، فرق و جداء و مركب كثير حدود هي كثيرات حدود.</p> <p>جداء كثيري حدود غير معدومين درجتهما <math>p</math> و <math>n</math> على الترتيب هو كثير حدود درجته <math>(n + p)</math></p> <p>حاصل قسمة كثير حدود <math>f</math> على كثير حدود <math>g</math> ليس كثير حدود و تسمى الدالة <math>x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}</math> دالة ناطقة.</p> <p><b>نشاط مقترح :</b></p> <p>① نعتبر كثير حدود من الدرجة الثالثة <math>f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2</math></p> <p>② أحسب <math>f(1)</math> ، ماذا تستنتج ؟</p> <p>③ أوجد الأعداد الحقيقية <math>a</math> ، <math>b</math> ، <math>c</math> بحيث : <math>f(c) = (x - 1)(ax^2 + bx + c)</math></p> | <p>الانطلاق</p> <p>البناء و الترسيع</p> |
| 30د   | <p><b>② جذر كثير حدود :</b></p> <p><b>تعريف</b></p> <p>ليكن <math>f</math> كثير حدود درجته أكبر من أو تساوي 1 و <math>\alpha</math> عدد حقيقي، العدد <math>\alpha</math> جذر لكثير الحدود <math>f</math> يعني <math>f(\alpha) = 0</math></p> <p><b>③ تحليل كثير حدود :</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                         |

يكن  $f$  كثير حدود درجته أكبر من أو تساوي 1 و  $\alpha$  عدد حقيقي، إذا كان  $f(\alpha) = 0$  فإنه يوجد كثير حدود  $g$  بحيث من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا :

$$f(x) = (x - \alpha)g(x)$$

حيث  $g$  كثير حدود درجته أقل بدرجة واحدة من درجة  $f$ .

## ریت تطبیقی

• ليكن  $f$  كثير الحدود المعرف بـ  $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$  ،  
أحسب  $f(2) = 0$  ، ماذا تستنتج؟ عيّن تحليلًا لكثير الحدود  $f$ .

## الحل

$$\begin{aligned} f(2) &= (2)^3 - (2)^2 - 4(2) + 4 \\ &= 8 - 4 - 8 + 4 \\ f(2) &= 0 \end{aligned}$$

تحليل  $f(x)$   
توجد عدة طرق لتحليل كثير حدود

## طريقة المطابقة:

بما أن 2 جذر لـ  $f(x)$  فإنه يوجد كثير حدود  $g$  حيث  $g(x) = ax^2 + bx + c$  و  $f(x) = (x-2)g(x)$  عليه

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)g(x) \\ &= (x-2)(ax^2+bx+c) \\ &= ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c \\ f(x) &= ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c \end{aligned}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b-2a=-1 \dots (*) \\ c-2b=-4 \dots (**) \\ c=-2 \end{cases} \quad \text{ومن ثم} \quad \begin{cases} a=1 \\ b-2a=-1 \\ c-2b=-4 \\ -2c=4 \end{cases} \quad \text{بالمطابقة مع عبارة } f(x) \text{ نجد}$$

بتعويض قيمة  $a$  في  $(\times)$  نجد  $b=1$  ، وبتعويض قيمة  $c$  في  $(\times \times)$  نجد  $b=4$

و منه  $g(x) = x^2 + 4x + 1$  أي  $f(x) = (x-2)(x^2 + x - 2)$

### طريقة القسمة الألفية:

بما أن 2 جذر لـ  $f$  فإن  $f(x) = (x-2)g(x)$  و منه

$$\begin{array}{r|l} x^3 - x^2 - 4x + 4 & x - 2 \\ \hline -x^3 + 2x^2 & \\ \hline x^2 - 4x & \\ -x^2 + 2x & \\ \hline -2x + 4 & \\ 2x - 4 & \\ \hline 0 & \end{array} \quad g(x) = \frac{f(x)}{x-2}$$

و منه  $g(x) = x^2 + 4x + 1$

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم  
السنة الدراسية : 2020 – 2021  
يوم :  
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع  
ميدان التعلم : تحليل  
الوحدة : الدوال ككثيرات الحدود  
المحتوى المعرفي : المعادلات والمترجمات من الدرجة الثانية

المفاهيم : مفاهيم أولية حول الدوال العددية.  
المفاهيم : القدرة على حل المعادلات والمترجمات من الدرجة الثانية.  
المفاهيم : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

| الوقت        | س ا ص                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | أراحل                 |                         |                       |              |                                                                            |                       |              |                             |                |              |              |                 |                                         |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|--------------|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------|--------------|-----------------------------|----------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------------------------------|
| د20          | <p><b>تذك :</b></p> <p><b>① المعادلات من الدرجة الثانية :</b></p> <p><b>تعريف</b></p> <p>نسمي معادلة من الدرجة الثانية، ذات المجهول <math>x</math>، كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل : <math>ax^2 + bx + c</math> حيث <math>a \neq 0</math> و <math>b, c</math> أعداد حقيقية ثابتة مع <math>a \neq 0</math>.</p> <p><b>② الشكل النموذجي لثلاثي حدود من الدرجة الثانية :</b></p> $A = ax^2 + bx + c = a \left[ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right] = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right]$ $= a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right] = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right]$ <p>نضع <math>\Delta = b^2 - 4ac</math> ومنه فإن الشكل النموذجي لثلاثي الحدود هو</p> $A = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$ <p>يسمى العدد <math>\Delta = b^2 - 4ac</math> مميز ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية</p> <p><b>③ حل معادلة من الدرجة الثانية :</b></p> <p><b>مبرهنة</b></p> <p>نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول <math>x</math> التالية : <math>ax^2 + bx + c</math> (<math>a \neq 0</math>)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>إذا كان</th><th>حلول <math>ax^2 + bx + c</math> هي</th><th>تحليل <math>ax^2 + bx + c</math></th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\Delta &gt; 0</math></td><td><math>x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}</math></td><td><math>a(x - x_1)(x - x_2)</math></td></tr> <tr> <td><math>\Delta = 0</math></td><td><math>x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}</math></td><td><math>a(x - x_1)^2</math></td></tr> <tr> <td><math>\Delta &lt; 0</math></td><td>لا توجد حلول</td><td>لا يمكن التحليل</td></tr> </tbody> </table> | إذا كان               | حلول $ax^2 + bx + c$ هي | تحليل $ax^2 + bx + c$ | $\Delta > 0$ | $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ | $a(x - x_1)(x - x_2)$ | $\Delta = 0$ | $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ | $a(x - x_1)^2$ | $\Delta < 0$ | لا توجد حلول | لا يمكن التحليل | <p>الانطلاق</p> <p>البناء و الترسيع</p> |
| إذا كان      | حلول $ax^2 + bx + c$ هي                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | تحليل $ax^2 + bx + c$ |                         |                       |              |                                                                            |                       |              |                             |                |              |              |                 |                                         |
| $\Delta > 0$ | $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $a(x - x_1)(x - x_2)$ |                         |                       |              |                                                                            |                       |              |                             |                |              |              |                 |                                         |
| $\Delta = 0$ | $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $a(x - x_1)^2$        |                         |                       |              |                                                                            |                       |              |                             |                |              |              |                 |                                         |
| $\Delta < 0$ | لا توجد حلول                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | لا يمكن التحليل       |                         |                       |              |                                                                            |                       |              |                             |                |              |              |                 |                                         |
| د30          | <p><b>③ المترجمات من الدرجة الثانية :</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                       |                         |                       |              |                                                                            |                       |              |                             |                |              |              |                 |                                         |

نسمي متراجحة من الدرجة الثانية ذات المجهول  $x$  كل متراجحة يمكن كتابتها على أحد الشكلين التاليين:  
 $ax^2 + bx + c > 0$  ،  $ax^2 + bx + c \geq 0$  حيث  $a \neq 0$  ،  $b$  ،  $c$  أعداد حقيقية ثابتة مع  $a \neq 0$

#### ④ إشارة ثلاثي حدود من الدرجة الثانية:

الحالة الأولى  $\Delta > 0$

لدينا  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$  حيث  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  و  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$  بفرض  $x_1 < x_2$  فنحصل على الجدول التالي:

| $x$                   | $-\infty$     | $x_1$ | $x_2$         | $+\infty$     |
|-----------------------|---------------|-------|---------------|---------------|
| إشارة $x - x_1$       | -             | 0     | +             | +             |
| إشارة $x - x_2$       | -             | -     | 0             | +             |
| إشارة $ax^2 + bx + c$ | نفس إشارة $a$ | 0     | عكس إشارة $a$ | عكس إشارة $a$ |

الحالة الثانية  $\Delta = 0$

لدينا  $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$  حيث  $x_0 = \frac{-b}{2a}$  ، ومنه إشارة  $ax^2 + bx + c$  من إشارة  $a$  ويمكن تلخيصها في الجدول التالي:

| $x$                   | $-\infty$     | $x_1$ | $+\infty$     |
|-----------------------|---------------|-------|---------------|
| إشارة $ax^2 + bx + c$ | نفس إشارة $a$ | 0     | نفس إشارة $a$ |

الحالة الثالثة  $\Delta < 0$

إشارة  $ax^2 + bx + c$  يمكن تلخيصها في الجدول التالي:

| $x$                   | $-\infty$     | $+\infty$     |
|-----------------------|---------------|---------------|
| إشارة $ax^2 + bx + c$ | نفس إشارة $a$ | نفس إشارة $a$ |

#### تطبيق

حل المعادلة  $f(x) = 0$  ، ثم استنتج تحليلا لـ  $f(x)$  في كل حالة مما يأتي

1  $f(x) = x^2 - 3x + 2$

2  $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$

3  $f(x) = -5x^2 + 8x - 3$

حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

1  $f(x) = 2x^2 + 4x - 6 \geq 0$

2  $f(x) = -x^2 + 10x - 25 \leq 0$

التقويم

المستوى : 02 ت/ع  
 ميدان التعلم : تحليل  
 الوحدة : الدوال كثيرات الحدود  
 المحتوى : المعارف : المعارف والمترجمات مضاعفة التربيع

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم  
 السنة الدراسية : 2020 - 2021  
 يوم :  
 المدة : 02 ساعة

المفاهيم : المفاهيم أولية حول الدوال العددية.  
 المصطلحات : المصطلحات : حل مسائل تستعمل فيها المعادلات والمترجمات مضاعفة التربيع .  
 الأدوات : الأدوات : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

| الوقت | س ا صة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | ا ر ا ح ل               |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
|       | <p><b>أعمال موجهة صفحة 47:</b><br/> <b>① المعادلات مضاعفة التربيع:</b></p> <p><b>تعريف</b></p> <p>نسمي معادلة مضاعفة التربيع، ذات المجهول <math>x</math>، كل معادلة يمكن كتابتها على الشكل:</p> $ax^4 + bx^2 + c = 0 \text{ حيث } a \neq 0$ <p>و <math>b</math> و <math>c</math> أعداد حقيقية ثابتة مع <math>a \neq 0</math>.</p> <p>حل هذه المعادلة يؤول إلى حل الجملة <math>\begin{cases} X = x^2 \\ aX^2 + bX + c \end{cases}</math> يسمى <math>X</math> مجهولا مساعدا</p> <p>بعد حل المعادلة <math>aX^2 + bX + c</math> نستنتج حلول المعادلة <math>ax^4 + bx^2 + c</math></p> | <p>البناء و الترسيع</p> |
| 30د   | <p><b>مثال</b></p> <p>حل في <math>\mathbb{R}</math> المعادلة ذات المجهول <math>x</math> التالية : (1) <math>2x^4 - 5x^2 + 2 = 0</math></p> <p>نضع <math>X = x^2</math> ، <math>X &gt; 0</math> و منه المعادلة (1) تكافئ : (2) <math>2X^2 - 5X + 2 = 0</math></p> <p>حل المعادلة (2) حساب <math>\Delta</math> : <math>\Delta = 9</math> و منه <math>\Delta &gt; 0</math> أي المعادلة تقبل حلين</p> $X_1 = \frac{1}{2} , X_2 = 2$ <p>و منه حلول المعادلة (1) هي <math>S = \left\{ \sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{2}} \right\}</math></p>                  |                         |
|       | <p><b>② المترجمات مضاعفة التربيع:</b></p> <p><b>تعريف</b></p> <p>نسمي مترجمة مضاعفة التربيع، ذات المجهول <math>x</math>، كل مترجمة يمكن كتابتها على الشكل:</p> $ax^4 + bx^2 + c > 0 \text{ أو } ax^4 + bx^2 + c \geq 0 \text{ حيث } a \neq 0$ <p>و <math>b</math> و <math>c</math> أعداد حقيقية ثابتة مع <math>a \neq 0</math>.</p> <p>يؤول إلى حل مترجمة مضاعفة التربيع إلى دراسة إشارة <math>ax^4 + bx^2 + c</math></p>                                                                                                                                                         |                         |
|       | <p><b>مثال</b></p> <p>حل في <math>\mathbb{R}</math> المترجمة <math>x^4 - 7x^2 + 12 \leq 0</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                         |

① نضع :  $f(x) = x^4 - 7x^2 + 12$  بوضع  $x = X$  العبارة تصبح  $X^2 - 7X + 12 = 0$  وبعد حساب المميز نجد أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلان متمميزان هما 3 و 4 و عليه

$$\begin{aligned} f(x) &= x^4 - 7x^2 + 12 \\ &= X^2 - 7X + 12 \\ &= (X - 3)(X - 4) \\ f(x) &= (x^2 - 3)(x^2 - 4) \end{aligned}$$

| $x$       | $-\infty$ | $-2$ | $-\sqrt{3}$ | $\sqrt{3}$ | $2$ | $+\infty$ |   |   |   |
|-----------|-----------|------|-------------|------------|-----|-----------|---|---|---|
| $x^2 - 3$ | +         | +    | 0           | -          | 0   | +         |   |   |   |
| $x^2 - 4$ | +         | 0    | -           | -          | -   | 0         | + |   |   |
| $f(x)$    | +         | 0    | -           | 0          | +   | 0         | - | 0 | + |

من الجدول نستنتج أن حلول المتراجحة  $f(x) < 0$  هي :  $S = ] -2; -\sqrt{3}[ \cup ] \sqrt{3}; 2[$

#### تطبيق

حل المعادلة  $f(x) = 0$  ، ثم استنتج تحليلاً لـ  $f(x)$  في كل حالة مما يأتي

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 \quad \text{1}$$

$$f(x) = 3x^2 - 5x + 2 \quad \text{2}$$

$$f(x) = -5x^2 + 8x - 3 \quad \text{3}$$

حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحات التالية:

$$f(x) = 2x^2 + 4x - 6 \geq 0 \quad \text{1}$$

$$f(x) = -x^2 + 10x - 25 \leq 0 \quad \text{2}$$

التقويم

ثانوية : الشهيد عبد الله شاوش سليم  
السنة الدراسية : 2020 – 2021  
يوم :  
المدة : 02 ساعة

المستوى : 02 ت/ع  
ميدان التعلم : تحليل  
الوحدة : الدوال كثيرات الحدود  
المحتوى : المعرفي : مجموع وجداء حلي معادلة من الدرجة الثانية

المفاهيم : مفاهيم أولية حول المعادلات والمتراجحات.  
المفاهيم : حل مسائل تستعمل فيها المعادلات والمتراجحات من الدلالة الثانية .  
المفاهيم : الكتاب المدرسي، مراجع، انترنت.

| الوقت | س ا صة                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | أراحل                           |
|-------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 30د   | <p><b>أعمال موجهة صفحة 46:</b></p> <p><b>مجموع وجداء حلي معادلة من الدرجة الثانية:</b></p> <p>لتكن المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول الحقيقي <math>x</math> التالية: (1) <math>ax^2 + bx + c</math> مع <math>(a \neq 0)</math></p> <p>❖ نعلم أنه إذا كان <math>\Delta &gt; 0</math> فإن المعادلة (1) تقبل حلين هما <math>x_1</math> و <math>x_2</math> حيث</p> $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ <p>❖ إذا وضعنا <math>S = x_1 + x_2</math> و <math>P = x_1 x_2</math> حيث <math>S</math> هو مجموع الحلين و <math>P</math> جداءهما نجد</p> $S = x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$ $P = x_1 x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$ <p>إذن <math>S = -\frac{b}{a}</math> و <math>P = \frac{c}{a}</math></p> <p><b>حساب أحد الحلين بمعرفة الآخر:</b></p> <p>إذا علم أحد الجذرين يمكن حساب الجذر الآخر وذلك باستعمال المجموع <math>S</math> والجداء <math>P</math></p> <p>حل تمرين رقم 1 صفحة 46</p> <p><b>تعيين عددين علم مجموعهما و جداءهما:</b></p> <p><b>مبرهنة</b></p> <p>يكون مجموع عددين هو <math>S</math> و جداءهما هو <math>P</math> إذا وفقط إذا كانا حلين للمعادلة ذات المجهول <math>x</math> والتي تكتب بالشكل التالي <math>x^2 - Sx + P = 0</math></p> <p><b>إثبات</b></p> <p>فرض <math>S = a + b</math> و <math>P = ab</math> يكون لدينا : <math>b = S - a</math> و <math>P = a(S - a)</math> أي : <math>a^2 - Sa + P = 0</math></p> <p>و بالتالي فإن <math>a</math> حل للمعادلة <math>x^2 - Sx + P = 0</math>.</p> <p>بنفس الطريقة نجد أن <math>b</math> حل للمعادلة <math>x^2 - Sx + P = 0</math></p> <p>عكسيا</p> <p>إذا كان <math>a</math> و <math>b</math> حلين للمعادلة <math>x^2 - Sx + P = 0</math> فإن <math>a + b = S</math> و <math>ab = P</math></p> <p>حل تمرين رقم 2 صفحة 46</p> | <p>البناء<br/>و<br/>التدريج</p> |

## تعيين إشارة حلّي معادلة من الدرجة الثانية:

سبھنة

- نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول الحقيقي  $x$  التالية: (1)  $ax^2 + bx + c$  مع  $(a \neq 0)$
- ❖ إذا كان  $\frac{c}{a} < 0$  فإن المعادلة (1) تقبل حلين إشارتهما مختلفتان.
  - ❖ إذا كان  $\frac{c}{a} > 0$  و  $\Delta > 0$  و  $-\frac{b}{a} > 0$  فإن المعادلة (1) تقبل حلين موجبين تماما.
  - ❖ إذا كان  $\frac{c}{a} > 0$  و  $\Delta > 0$  و  $-\frac{b}{a} < 0$  فإن المعادلة (1) تقبل حلين سالبين تماما.

تطبيق

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  وجود وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول  $x$

$$(m-1)x^2 + 2(m+1)x + m = 0$$

الحل

- لدينا:  $p = \frac{m}{m-1}$  و  $s = \frac{-2(m+1)}{m+1}$
- ❖ إذا كان  $m = 1$  فإن المعادلة تصبح من الدرجة الأولى  $4x + 1 = 0$  ومنه  $x = -\frac{1}{4}$ .
  - ❖ إذا كان  $m \neq 1$  فإن المعادلة تصبح من الدرجة الثانية حيث:  $\Delta_m = 4(3m+1)$

|            |           |                |   |           |
|------------|-----------|----------------|---|-----------|
| $m$        | $-\infty$ | $-\frac{1}{3}$ | 1 | $+\infty$ |
| $\Delta_m$ | -         | 0              | + | +         |

دراسة إشارة  $p$  و  $s$

|         |           |    |   |           |
|---------|-----------|----|---|-----------|
| $m$     | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ |
| $-2m-2$ | +         | 0  | - | -         |
| $m-1$   | -         | -  | 0 | +         |
| $S$     | -         | +  |   | -         |

|       |           |   |   |           |
|-------|-----------|---|---|-----------|
| $m$   | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $m$   | -         | 0 | + | +         |
| $m-1$ | -         | - | 0 | +         |
| $P$   | +         | - |   | +         |

|            |                       |    |                                 |                                       |                                 |           |
|------------|-----------------------|----|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|-----------|
| $x$        | $-\infty$             | -1 | $-\frac{1}{3}$                  | 0                                     | 1                               | $+\infty$ |
| $\Delta_m$ | -                     | -  | 0                               | +                                     | +                               | +         |
| $S_m$      | -                     | 0  | +                               | +                                     | +                               | -         |
| $P_m$      | +                     | +  | +                               | 0                                     | -                               | +         |
| النتائج    | المعادلة لا تقبل حلول |    | المعادلة تقبل حلين موجبين تماما | المعادلة تقبل حلين مختلفين في الإشارة | المعادلة تقبل حلين سالبين تماما |           |