

مرجّح نقطتين

① نسمّي مرجّح الجملة المُثَقَّلَة $\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$ حيث $\alpha + \beta \neq 0$ ، النّقطة الوحيدة من المستوي G التي تحقّق:

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$$

② إذا كان $\alpha = \beta \neq 0$ فإنّ G هي منتصف القطعة $[AB]$.

③ لإنشاء النّقطة G نستخدم العلاقة: $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$ ، ثمّ نستعمل مبرهنة طالس لتقسيم القطعة $[AB]$.

④ النّقط A ، B و G على استقامة واحدة.

⑤ G مرجّح الجملة المُثَقَّلَة $\{(A, \alpha); (B, \beta)\} \Leftrightarrow G$ مرجّح الجملة المُثَقَّلَة $\{(A, k\alpha); (B, k\beta)\}$ ، حيث $k \neq 0$.

⑥ من أجل كل نقطة M من المستوي: $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{MG}$.

مرجّح ثلاث نقط

① نسمّي مرجّح الجملة المُثَقَّلَة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$ حيث $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$ ، النّقطة الوحيدة من المستوي

$$\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$$

G التي تحقّق:

② ★ إذا كان $\alpha = \beta = \gamma \neq 0$ فإنّ G تُسمّى مركز المسافات المتساوية .

★★ إذا كان $\alpha = \beta = \gamma = 1$ فإنّ G هي مركز ثقل المثلث ABC (نقطة تلاقي متوسّطات المثلث)

③ لإنشاء النّقطة G نستخدم العلاقة: $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC}$ أو نستخدم الخاصية التالية

④ خاصية التجميع: إذا كانت G مرجّح الجملة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\}$ و كانت I مرجّح الجملة

$\{(A, \alpha); (B, \beta)\}$ فإنّ G مرجّح الجملة $\{(I, \alpha + \beta); (C, \gamma)\}$.

⑤ G مرجّح الجملة المُثَقَّلَة $\{(A, \alpha); (B, \beta); (C, \gamma)\} \Leftrightarrow G$ مرجّح الجملة المُثَقَّلَة $\{(A, k\alpha); (B, k\beta); (C, k\gamma)\}$ ، مع $k \neq 0$.

⑥ من أجل كل نقطة M من المستوي: $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \overrightarrow{MG}$.

$$\begin{cases} x_G = \frac{\alpha x_A + \beta x_B + \gamma x_C}{\alpha + \beta + \gamma} \\ y_G = \frac{\alpha y_A + \beta y_B + \gamma y_C}{\alpha + \beta + \gamma} \end{cases} \quad \text{⑦ إحداثيات مرجّح ثلاث نُقط:}$$

⑧ خواصّ مرجّح ثلاث نُقط تبقى صحيحةً من أجل أربع نقط ، خمس نقط ... n نقطة .

مجموعات النّقط

هي	مجموعة النّقط M من المستوي التي تحقّق
هي دائرة (C) مركزها النّقطة G ونصف قطرها r	$MG = r$ مع $r > 0$
هي الدائرة التي مركزها النّقطة G نصف قطرها AB	$MG = AB$
الدائرة التي قطرها $[GH]$	$(MG) \perp (MH)$
كلّ النّقط التي تقع داخل الدائرة (C) وعلى محيطها	$MG \leq r$ مع $r > 0$
كلّ النّقط من المستوي ماعدا تلك التي تقع داخل الدائرة (C) وعلى محيطها	$MG > r$ مع $r > 0$
المستقيم المحوري للقطعة $[HG]$	$MG = MH$
المستقيم الذي يشمل G ويوازي (AB)	$\vec{MG} = k\vec{AB}$ مع $k \in \mathbb{R}$
نصف المستوي الذي حدّه محور القطعة $[GH]$ جهة النّقطة G	$MG < MH$

- ① إذا كان $\|\vec{MG}\| \leq k < 0$ فإنّ مجموعة النّقط خالية $\emptyset$ ② إذا كان $\|\vec{MG}\| = 0$ فإنّ M منطبقة على G .
- ★ لكي نُثبت أنّ نقطة E تنتمي إلى مجموعة نقط ما يكفي أن نثبت أنّها تحقق علاقتها المُعطاة.

استعمال المبرّج لإثبات تلاقي مستقيمتين

- لكي نثبت أنّ النّقطة G هي نقطة تلاقي المستقيمتين (CI) ، (BJ) و (AK) يكفي أن نثبت أنّ :
- ① $G \in (CI)$ ، $G \in (BJ)$ و $G \in (AK)$ باستعمال الارتباط الخطّي، أو :
- ② يكفي أن نُثبت أنّها مرجح الجُمْل المثقّلة $\{(C, \alpha); (I, \beta)\}$ ، $\{(B, \gamma); (J, \delta)\}$ و $\{(A, \rho); (K, \lambda)\}$ باستعمال خاصيّة التجميع ، حيث α ، β ، γ ، δ ، ρ و λ أعداد حقيقية يُطلب تعيينها.
- ★ مستقيم أويلر : هو المستقيم الذي يشمل نقطة التقاء ارتفاعات المثلث و مركز ثقله و مركز الدائرة المحيطة به.
- ★★ إذا كان المثلث متقايس الأضلاع فإنّ النّقط الثلاث السابقة منطبقة على بعضها.

