ثانوية الأخوين الشهيدين مغلاوي -مشيرة — قسم: 1 ج م ع ت 2

الواجب المنزلي الثاني في مادة الرياضيات

سلم يوم: 2016/11/09 — يعاد يوم: 2016/11/15

التمرين الأول:

I. a و b عددان حقيقيان موجبان تماما. نعتبر الأعداد الحقيقية A ، B و C التالية:

$$A=\frac{a+b}{2} \qquad B=\sqrt{ab} \qquad C=\frac{2ab}{a+b}$$

1) قارن بين العددين A^2 و B^2 ، ثمّ استنتج مقارنة بين A و B .

2) بيّن أنّ: $B-C=\frac{\sqrt{ab}}{a+b}\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2$ ، ثمّ استنتج أنّ: $B\geq C$.

3) استنتج ممّا سبق مقارنة بين الأعداد A ، B و C .

II. أ) x و y عددان حقيقيان حيث: $\frac{1}{4}\leq x\leq\frac{1}{2}$ و $-1\leq y\leq -4$.

أعط حصرا للعددين $4x-y$ و $\frac{1}{x}+y^2$.

ب) عيّن حصرا للعدد الحقيقي z علما أنّ: $1\leq\frac{-5z+1}{2}\leq 3$.

التمرين الثاني:

$A(x)$ و $B(x)$ عبارتان جبريّتان معرفتان من أجل كل عدد حقيقي x كما يلي:

$$A(x)=\sqrt{x^2-4x+4} \quad ، \quad B(x)=|x+3|-|x-1|$$

1) اكتب $A(x)$ دون رمز الجذر التربيعي .

2) اكتب $B(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $B(x)=10$ والمتراجحتين $A(x)\leq 5$ ، $B(x)<0$.

4) نسمي I مجموعة حلول المتراجحة $A(x)\leq 5$ و J مجموعة حلول المتراجحة $B(x)<0$.

عيّن المجموعات الآتية: $I\cap J$ ، $I\cup J$ ، $I\cup\mathbb{R}^+$ ، $J\cap\mathbb{R}_-^*$.

التمرين الثالث:

أنقل ثمّ أكمل الجدول التالي : (طريقة الحساب مطلوبة على ورقة الإجابة)

الحالة	الحصر	المجال	المركز c	نصف القطر r	المسافة	القيمة المطلقة
1	$-6\leq x\leq -4$					
2		$x\in[\cdots;\cdots]$	-2	6		
3					$d(x;-1)<4$	
4						$\lvert x-5\rvert\leq 2$

.*. لا يقاس النجاح بالموقع الذي يبلغه المرء في حياته...
بقدر ما يقاس بالصعاب التي يتغلب عليها .*.

أستاذة المادة: خلوف سارة

www.dzexams.com

تصحيح الواجب الثاني - 1ع - 2016 (1 الثلاثي)

التمرين 01:

$a, b \in \mathbb{R}_+^*$

$A = \frac{a+b}{2}$ ، $B = \sqrt{ab}$ ، $C = \frac{2ab}{a+b}$. I

① للمقارنة بين A^2 و B^2:

$$A^2 - B^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{ab}\right)^2$$

$$= \frac{a^2+b^2+2ab-4ab}{4}$$

$$= \frac{a^2+b^2-2ab}{4}$$

$$= \frac{(a-b)^2}{4} \geq 0$$

ومنه $A^2 \geq B^2$ وبما أن A و B موجبان تماما فإن $\boxed{A \geq B}$.

② تبيان أن: $B - C = \frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$

$$B - C = \sqrt{ab} - \frac{2ab}{a+b}$$

$$= \frac{\sqrt{ab}(a+b) - 2(\sqrt{ab})^2}{a+b}$$

$$= \frac{\sqrt{ab}\left[(a+b) - 2\sqrt{ab}\right]}{a+b}$$

$$= \frac{\sqrt{ab}}{a+b}\left(a+b-2\sqrt{a}\sqrt{b}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$$ وهو المطلوب.

لأن: $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = \sqrt{a}^2 + \sqrt{b}^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b}$

$= a+b-2\sqrt{ab}$

استنتاج أن $B \geq C$:

بما أن $a, b \in \mathbb{R}_+^*$ فإن $\frac{\sqrt{ab}}{a+b} > 0$ و $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$

ومنه $B - C = \frac{\sqrt{ab}}{a+b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$

إذن $\boxed{B \geq C}$

③ مقارنة A ، B و C:

ما سبق: $A \geq B \geq C$

II - أ - حصر $4x-y$:

لدينا $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$ ومنه ... ① $1 \leq 4x \leq 2$

لدينا $-4 \leq y \leq -1$ ومنه ... ② $1 \leq -y \leq 4$

بجمع ② و ① نحصل على:

$$2 \leq 4x-y \leq 6$$

حصر: $\frac{1}{x}+y^2$

لدينا $2 \leq \frac{1}{x} \leq 4$ ومنه ... ① $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$

لدينا $1 \leq y^2 \leq 16$ ومنه ... ② $-4 \leq y \leq -1$

بجمع ② و ① نجد:

$$3 \leq \frac{1}{x}+y^2 \leq 20$$

ب - تعيين حصر لـ $\frac{-5z+1}{2}$ علما أن:

$$1 \leq -\frac{5z+1}{2} \leq 3$$

نضرب الأطراف في 2: $2 \leq -5z+1 \leq 6$

نضيف -1: $1 \leq -5z \leq 5$

نضرب في $-\frac{1}{5}$: $5\left(-\frac{1}{5}\right) \leq z \leq 1\left(-\frac{1}{5}\right)$

إذن: $\boxed{-1 \leq z \leq -\frac{1}{5}}$

التمرين 02:

① كتابة $A(x)$ دون رمز الجذر:

$$A(x) = \sqrt{x^2-4x+4}$$

$$= \sqrt{(x-2)^2}$$

$$= |x-2|$$

② كتابة $B(x)$ دون رمز القيمة المطلقة:

$$B(x) = |x+3| - |x-1|$$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$\lvert x+3\rvert$		$-x-3$	0	$x+3$		$x+3$	
$\lvert x-1\rvert$		$-x+1$		$-x+1$	0	$x-1$	
$\lvert x+3\rvert - \lvert x-1\rvert$		-4	0	$2x+2$	0	4	

ومنه: $B(x) = \begin{cases} -4 & ; x \in]-\infty; -3] \\ 2x+2 & ; x \in]-3; 1] \\ 4 & ; x \in]1; +\infty[\end{cases}$

www.dzexams.com
Scanné avec CamScanner

تمرين 03

الحالة	المسافة	r	c	المجال	الحصر	الرقم
$\lvert x+5\rvert \leqslant 1$	$d(x;-5)\leqslant 1$	1	-5	$x\in[-6;-4]$	$-6\leqslant x\leqslant -4$	1
$\lvert x+2\rvert \leqslant 6$	$d(x;-2)\leqslant 6$	6	-2	$x\in[-8;4]$	$-8\leqslant x\leqslant 4$	2
$\lvert x+1\rvert < 4$	$d(x;-1)<4$	4	-1	$x\in]-5;3[$	$-5<x<3$	3
$\lvert x-5\rvert \leqslant 2$	$d(x;5)\leqslant 2$	2	5	$x\in[3;7]$	$3\leqslant x\leqslant 7$	4

$c=\frac{a+b}{2}$, $r=\frac{b-a}{2}$

$x\in[c-r;c+r]$
$c-r\leqslant x\leqslant c+r$
$\lvert x-c\rvert \leqslant r$
$d(x;c)\leqslant r$

هذه الكتابات متكافئة

Prof: Khelouf Sarra

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $B(x)=10$

$\begin{cases} -4=10 \text{ (مستحيلة)} ; x\in]-\infty;-3] \\ 2x+2=10 ; x\in]-3;1] \\ 4=10 \text{ (مستحيلة)} ; x\in]1;+\infty[\end{cases}$ تكافئ:

تكافئ: من أجل $x\in]-3;1]$

$2x+2=10 \Rightarrow x=4$ (مرفوض)

إذن: $S=\emptyset$

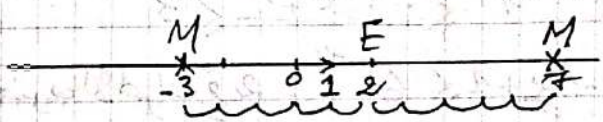
حل المتراجحة $A(x)\leqslant$

تكافئ: $\lvert x-2\rvert \leqslant 5$

لتكن M نقطة من المستقيم العددي فاصلتها x

و E " " " " " 2

$EM\leqslant 5$ تكافئ $\lvert x-2\rvert \leqslant 5$



ومنه $S=[-3;7]$

حل المتراجحة $B(x)<0$ تكافئ:

$\begin{cases} -4<0 \text{ (محققة دوما)} ; x\in]-\infty;-3] \\ 2x+2<0 \Rightarrow x<-1 ; x\in]-3;1] \\ 4<0 \text{ (مستحيلة)} ; x\in]1;+\infty[\end{cases}$

ومنه:

$\begin{cases} S_1=]-\infty;-3] \\ S_2=]-3;-1[\\ S_3=\emptyset \end{cases}$

إذن: $S=S_1\cup S_2\cup S_3=]-\infty;-1[$

4) تعيين المجموعات:

$I=[-3;7]$ هي مجموعة حلول $A(x)\leqslant 5$

$J=]-\infty;-1[$ " " $B(x)<0$

$I\cap J=[-3;-1[$

$I\cup J=]-\infty;7]$

$I\cup\mathbb{R}^+=[-3;7]\cup[0;+\infty[=[-3;+\infty[$

$J\cap\mathbb{R}^*_-=]-\infty;-1[\cap]-\infty;0[=]-\infty;-1[$

Scanné avec CamScanner
www.dzexams.com