

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$, $v_n = \frac{7}{u_n}$ و $v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}$.

1. أحسب الحدود v_0, u_1, v_1, u_2, v_2 .

2. برّر بالتراجع أن : من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $u_n > 0$ و $v_n > 0$.

3. برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $u_{n+1} - v_{n+1} = \frac{1}{4u_{n+1}}(u_n - v_n)^2$.

استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $u_n - v_n \geq 0$.

4. أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة والمتتالية (v_n) متزايدة .

5. أ - برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$, $u_n \geq \frac{21}{8}$.

ب - برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$, $u_{n+1} - v_{n+1} \leq \frac{1}{10}(u_n - v_n)^2$.

استنتج باستعمال البرهان بالتراجع أن : من أجل كل n من $\mathbb{N}$, $u_n - v_n \leq \frac{1}{10^{2n-1}}$.

6. استنتج أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان . ما هي نهايتهما المشتركة .

التمرين الثاني (10):

يحتوي كيس على 7 كريات منها 3 حمراء تحمل الأرقام $\{1, 1, 2\}$ و 4 بيضاء تحمل الأرقام

$\{1, 1, 2, 3\}$. نسحب كرتين على التوالي وبدون إرجاع

ما احتمال الحوادث التالية :

A : الحصول على كرتين لهما نفس اللون . B : الحصول على كرتين مجموع رقميهما ثلاثة .

الحصول على كرتين لهما نفس اللون و مجموع رقميهما ثلاثة .

هل الحادثتان A و B مستقلتان .

علما أن الكرتين لهما نفس اللون ما احتمال أن يكون مجموع رقميهما ثلاثة .

علما أن الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال أن يكون لهما نفس اللون .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية مجموع الرقمين المحصل عليهما

عين قيم المتغير العشوائي , قانون الإمتاح الرياضي .