

سلاسل المنجد - دروس و تمارين



السلسلة 1-02-2

العمل و الطاقة الحركية الانسحابية

عرض نظري و تمارين محلولة

يمكن تحميل السلسلة بصيغة pdf من موقع المنجد :
www.sites.google.com/site/faresfergani

للمزيد (عرض نظري مفصل - تمارين - فيديوهات)
يرجى زيارتنا على صفحة الوحدة في نفس الموقع الإلكتروني .

لكي يصلك جديد موقع المنجد تابع صفحة الفيسبوك
التالية :

facebook.com/elmoundjidff

الأستاذ فرقاني فارس
ثانوية مولود قاسم نابت بلقاسم - الخروب - قسنطينة
fares_fergani@yahoo.fr
0771998109

الإصدار : نوفمبر/2022

مراجعة



العمل و الطاقة الحركية الانسحابية

إعداد الأستاذ فرقاني فارس
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم - الخروب - قسنطينة
www.sites.google.com/site/faresfergani

السلسلة 2 – 02 – 01

عرض نظري و تمارين

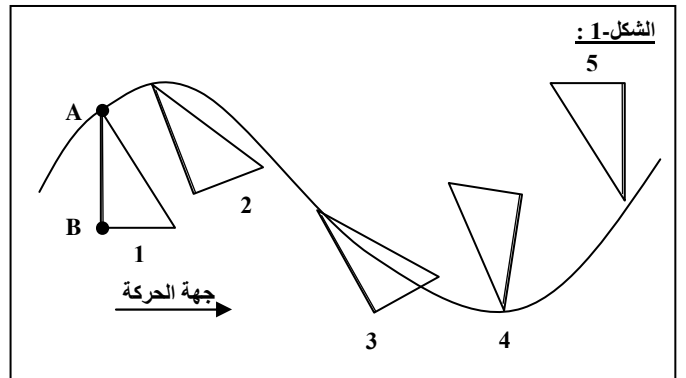
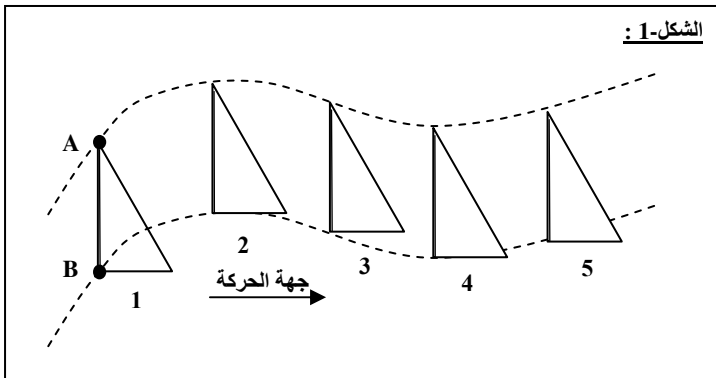
1- عمل قوة ثابتة

أ- مفهوم الحركة الانسحابية

- نقول عن جسم صلب أنه في حركة انسحابية ، إذا تحركت كل نقاطه بنفس الحركة و بالتالي تكون لها مسارات متماثلة .

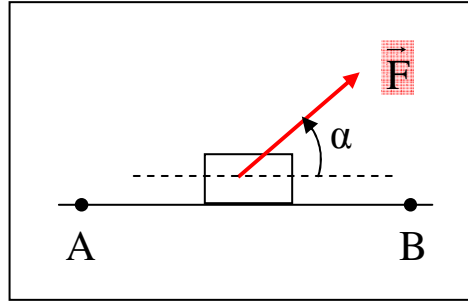
مثال :

- في (الشكل-1) ينسحب الضلع AB للكوس موازيا لنفسه كما أن مسارات كل نقاط الكوس متماثلة يمكن مطابقتها بالإزاحة ، نقول عن حركة الكوس في هذه الحالة انها انسحابية .
- في (الشكل-2) مسار النقطة B يختلف عن مسار النقطة A و لا يمكن مطابقتهم ، حركة الكوس في هذه الحالة ليست انسحابية .



ب- عمل قوة ثابتة في مسار مستقيم :

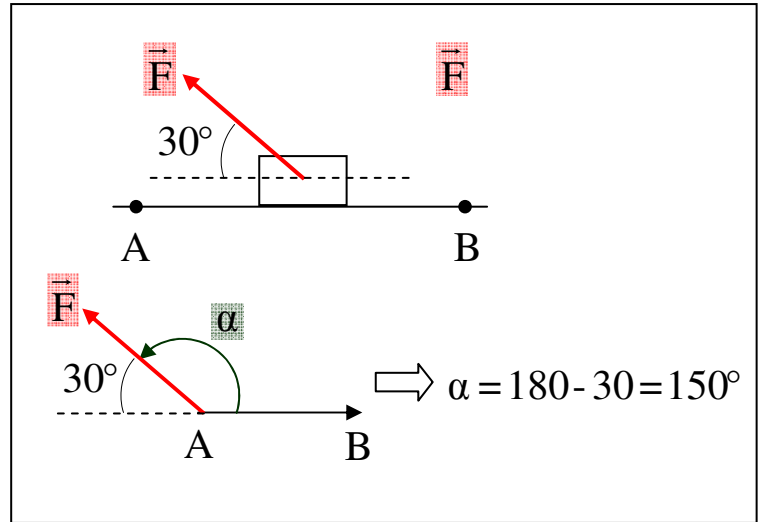
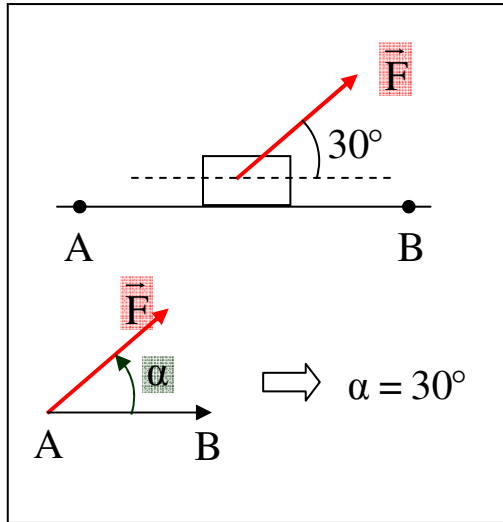
- نقول عن قوة أنها قامت بعمل إذا انتقلت نقطة تطبيقها من موضع إلى موضع آخر .
- عمل قوة $\vec{F}$ أثناء انتقال من موضع A إلى موضع B الذي يرمز له بـ $W_{AB}(\vec{F})$ وو حدته الجول هو مقدار جبري يكون موجب إذا كانت القوة $\vec{F}$ في جهة الحركة و يقال عنه **عمل محرك** بينما يكون سالبا إذا كانت القوة $\vec{F}$ معاكسة لجهة الحركة و يقال عنه في هذه الحالة **عمل مقاوم** .
- نعتبر جسم صلب (S) ينتقل من موضع A إلى موضع آخر B نتيجة خضوعه لقوة $\vec{F}$ ثابتة .



- يعبر عن عمل القوة $\vec{F}$ أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B بالعلاقة التالية :

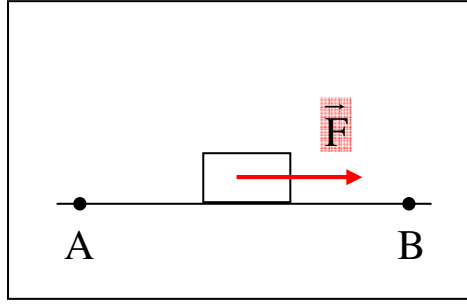
$$W_{AB}(\vec{F}) = F AB \cos\alpha$$

- حيث α هي الزاوية التي يصنعها الشعاع $\overrightarrow{AB}$ مع شعاع القوة $\vec{F}$ ، كما مبين في المثالين التاليين :

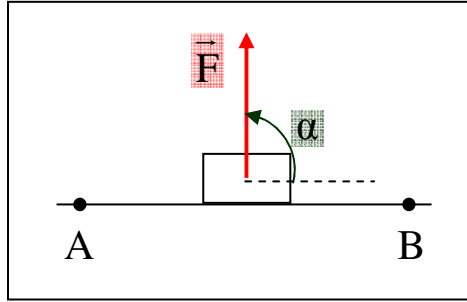


- تقدر المسافة AB بالمتر (m) و شدة القوة $\vec{F}$ بالنيوتن (N) و العمل W بالجول (J) .

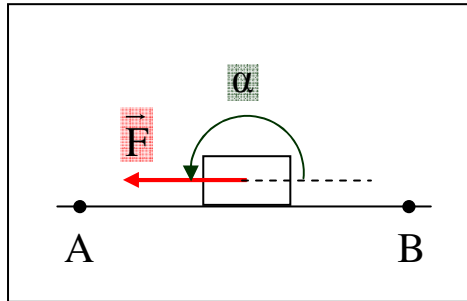
حالات خاصة :

■ القوة $\vec{F}$ توازي المسار و في جهة الحركة :- في هذه الحالة يكون : $\cos \alpha = 1 \rightarrow \alpha = 0$. ومنه تصبح عبارة العمل كما يلي :

$$W_{AB}(\vec{F}) = F AB$$

■ القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار :- في هذه الحالة يكون : $\cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}$. ومنه تصبح عبارة العمل كما يلي :

$$W_{AB}(\vec{F}) = 0$$

■ القوة $\vec{F}$ توازي المسار و معاكسة لجهة الحركة :- في هذه الحالة يكون : $\cos \alpha = -1 \rightarrow \alpha = \pi$. ومنه تصبح عبارة العمل كما يلي :

$$W_{AB}(\vec{F}) = - F AB$$

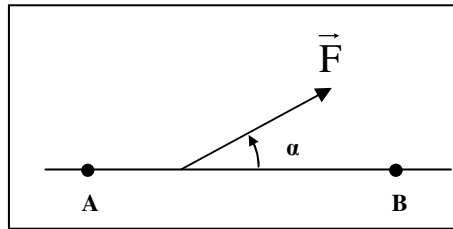
ملاحظة :

عمل قوة $\vec{F}$ أثناء انتقال من موضع A إلى الموضع B مروراً بمواضع أخرى A_1 ، A_2 ، A_n مساوي لمجموع الأعمال لكل الانتقالات أي :

$$W_{AB}(\vec{F}) = W_{AA_1}(\vec{F}) + W_{A_1A_2}(\vec{F}) + W_{A_2A_3}(\vec{F}) + \dots + W_{A_nB}(\vec{F})$$

التمرين (1) : (التمرين : 001 في بنك التمارين على الموقع) (*)

يتحرك جسم (S) كتلته m ، أفقياً من موضع A إلى موضع B على مسار مستقيم تحت تأثير قوة $\vec{F}$ تصنع زاوية α مع شعاع الانتقال شدتها $F = 20 \text{ N}$ (الشكل) .

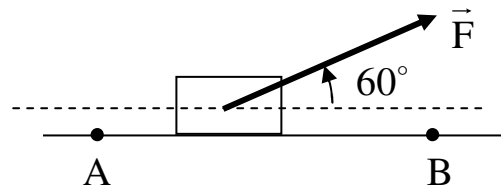


- أحسب عمل القوة $\vec{F}$ عندما ينتقل الجسم M من الموضع A إلى الموضع B حيث $AB = 5 \text{ m}$ في الحالات التالية :
- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع المسار و جهتها في جهة الحركة .
 - القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها في جهة الحركة .
 - القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة .
 - القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار .
 - القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 30^\circ$ مع المسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة .

الأجوبة :

حساب عمل القوة $\vec{F}$:

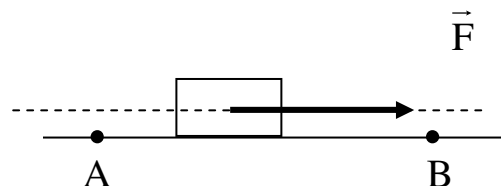
- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع المسار و جهتها في جهة الحركة :



$$W_{A-B}(\vec{F}) = F \cdot AB \cos \alpha^\circ$$

$$W_{A-B}(\vec{F}) = 20 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 50 \text{ J}$$

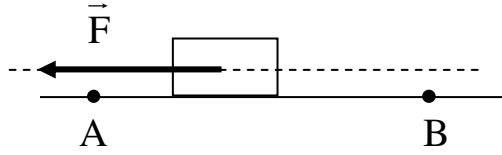
- القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها في جهة الحركة :



$$W_{A-B}(\vec{F}) = F \cdot AB$$

$$W_{A-B}(\vec{F}) = 20.5 = 100 \text{ J}$$

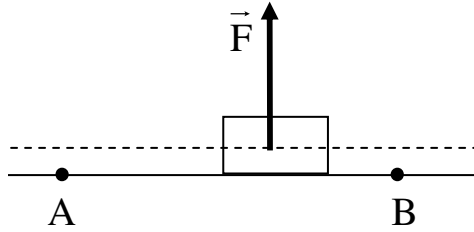
• القوة $\vec{F}$ توازي للمسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة :



$$W_{A-B}(\vec{F}) = -F \cdot AB$$

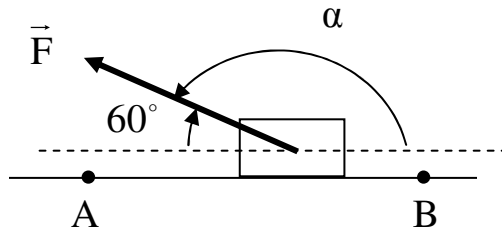
$$W_{A-B}(\vec{F}) = -20.5 = -100 \text{ J}$$

• القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار :



$$W_{A-B}(\vec{F}) = 0$$

• القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^\circ$ مع المسار و جهتها معاكسة لجهة الحركة .



$$W_{A-B}(\vec{F}) = F \cdot AB \cos \alpha$$

من الشكل :

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

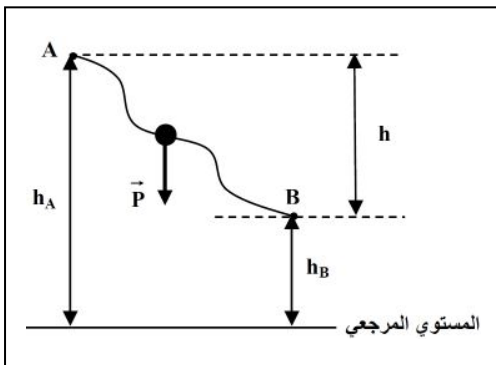
و منه :

$$W_{A-B}(\vec{F}) = 20.5 \cdot \cos 120^\circ = -50 \text{ J}$$

ج- عمل قوة الثقل :

- عندما ينتقل مركز ثقل جسم من موضع A موجود على ارتفاع h_A من سطح الأرض أو مستوي مرجعي ، إلى موضع B موجود على ارتفاع h_B من سطح الأرض أو من نفس المستوي المرجعي ، فإن عمل ثقل هذا الجسم أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B يعبر عنه بالعلاقة :

$$W_{A-B}(\vec{P}) = m \cdot g (h_A - h_B)$$



أو بإحدى العلاقتين :

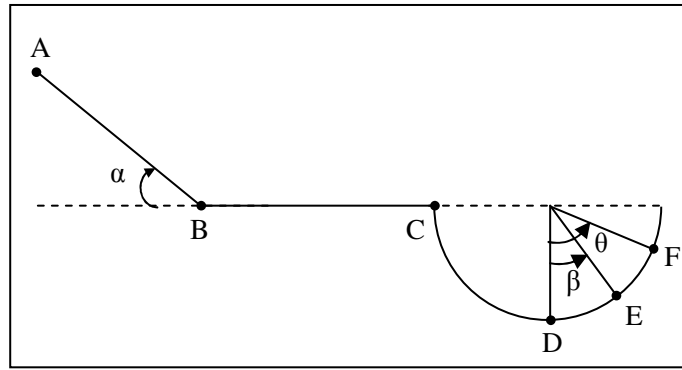
$$W_{A-B}(\vec{P}) = + m.g.h \quad (\text{عمل الثقل محرك ، الجسم نازل})$$

$$W_{A-B}(\vec{P}) = - m.g.h \quad (\text{عمل الثقل مقاوم ، الجسم صاعد})$$

حيث h هو الفرق في الارتفاع بين الموضع الابتدائي A و الموضع النهائي B .
ملاحظة :
 عمل الثقل لا يتعلق بالمسار و إنما يتعلق بالموضعين الابتدائي و النهائي فقط .

التمرين (2) : (التمرين : 002 في بنك التمارين على الموقع) (*)

يتحرك جسم (S) كتلته $m = 2 \text{ kg}$ بدون احتكاك على المسار $ABCDEF$ الموضح في (الشكل) التالي :



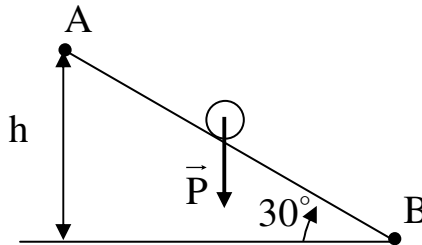
يعطى : $\theta = 60^\circ$ ، $\beta = 30^\circ$ ، $\alpha = 30^\circ$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$ ، $R = 8 \text{ m}$ ، $AB = 10 \text{ m}$
 أحسب عمل قوة الثقل في الحالات التالية :

- عند الانتقال من الموضع A إلى الموضع B .
- عند الانتقال من الموضع B إلى الموضع C .
- عند الانتقال من الموضع C إلى الموضع D .
- عند الانتقال من الموضع D إلى الموضع E .
- عند الانتقال من الموضع E إلى الموضع F .

الأجوبة :

عمل قوة الثقل :

▪ الانتقال $(A \rightarrow B)$:



$$W_{A-B}(\vec{P}) = m g h$$

من الشكل :

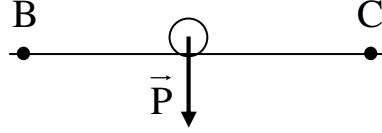
$$\sin \alpha = \frac{h}{AB} \rightarrow h = AB \sin \alpha$$

و منه :

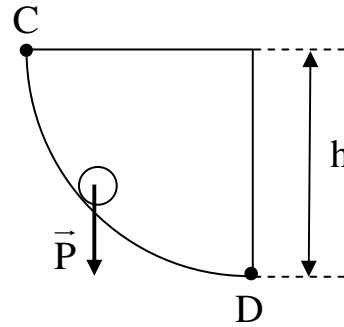
$$W_{A-B}(\vec{P}) = m g AB \sin \alpha$$

$$W_{A-B}(\vec{P}) = 2 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \sin 30^\circ = 100 \text{ J}$$

■ الانتقال (B → C) :

في هذه الحالة قوة الثقل $\vec{P}$ عمودية على المسار و بالتالي يكون : $W_{B-C}(\vec{P}) = 0$

■ الانتقال (C → D) :



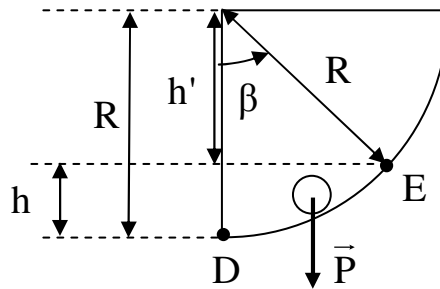
$$W_{C-D}(\vec{P}) = m g h$$

من الشكل : $h = R$ و منه :

$$W_{C-D}(\vec{P}) = m g R$$

$$W_{C-D}(\vec{P}) = 2 \cdot 10 \cdot 8 = 160 \text{ J}$$

■ الانتقال (D → E) :



$$W_{D-E}(\vec{P}) = - m g h$$

من الشكل :

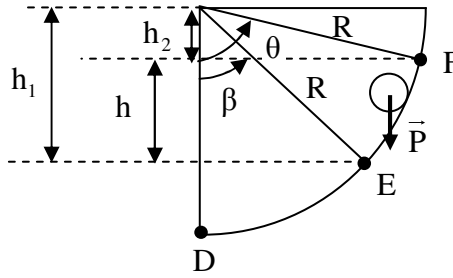
$$\begin{cases} h = R - h' \\ \cos \beta = \frac{h'}{R} \rightarrow h' = R \cos \beta \rightarrow h = R - R \cos \beta \rightarrow h = R (1 - \cos \beta) \end{cases}$$

و منه تصبح عبارة عمل الثقل :

$$W_{D-E}(\vec{P}) = - m g R (1 - \cos \beta)$$

$$W_{D-E}(\vec{P}) = - 2 \cdot 10 \cdot 8 (1 - \cos 30^\circ) = - 21,44 \text{ J}$$

■ الانتقال (E → E) :



$$W_{E-F}(\vec{P}) = -m g h$$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = h_1 - h_2 \\ \cos\beta = \frac{h_1}{R} \rightarrow h_1 = R \cos\beta \\ \cos\theta = \frac{h_2}{R} \rightarrow h_2 = R \cos\theta \end{cases}$$

و منه :

$$h = R \cos\beta - R \cos\theta = R (\cos\beta - \cos\theta)$$

و منه تصبح عبارة عمل الثقل :

$$W_{E-F}(\vec{P}) = -m g R (\cos\beta - \cos\theta)$$

$$W_{E-F}(\vec{P}) = -2 \cdot 10 \cdot 8 (\cos 30^\circ - \cos 60^\circ) = -58,56 \text{ J}$$

2- الطاقة الحركية الانسحابية

أ- عبارة الطاقة الحركية الانسحابية

- عندما ينسحب جسم ذو كتلة m بسرعة v فإن طاقته الحركية E_c مقدرة بالجول عند كل لحظة تعطى بالعلاقة التالية :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

ملاحظة :

الطاقة الحركية لجملة تتكون من عدة أجسام (S_1) ، (S_2) مساوية لمجموع الطاقات الحركية لهذه الأجسام أي :

$$E_c = E_c(S_1) + E_c(S_2) + \dots$$

ب- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة في حركة انسحابية**• تعريف الجملة الميكانيكية :**

الجملة الميكانيكية هي الجسم أو جزء من الجسم أو مجموعة من الأجسام التي تكون محل الدراسة الفيزيائية .

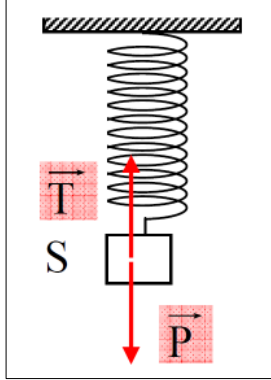
• القوى الداخلية والخارجية :

- أي جسم يخضع إلى قوة نتيجة تأثير جسم آخر عليه و لا يوجد جسم يخضع إلى قوة من تلقاء نفسه ، يمكن القول أن أي قوة ناتجة عن تأثير جسمين (مؤثر و متأثر) .
- تكون القوة داخلية إذا كان الجسمين المؤثر و المتأثر بهذه القوة ينتميان إلى نفس الجملة ، و تكون خارجية إذا كان أحد الجسمين داخل الجملة و الآخر خارجها .

مثال :

في الشكل المقابل يخضع الجسم (S) إلى تأثير قوتين الأولى قوة الثقل ($\vec{P}$) الناتجة عن تأثير (جذب) الأرض للجسم (S) و الثانية قوة توتر النابض ($\vec{T}$) الناتجة عن تأثير النابض على الجسم (S) .

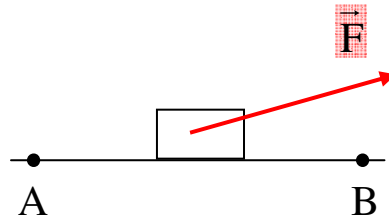
- قوة الثقل $\vec{P}$ أو قوة التوتر $\vec{T}$ يمكن أن تكون داخلية أو خارجية حسب الجملة المختارة كما مبين في الجدول التالي :



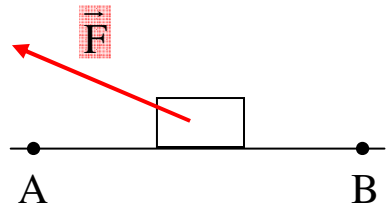
الجملة	الثقل $\vec{P}$	التوتر $\vec{T}$
(جسم + أرض)	داخلية	خارجية
(جسم)	خارجية	خارجية
(جسم + نابض)	خارجية	داخلية
(جسم + أرض + نابض)	داخلية	داخلية

• متى تكتسب الجملة الميكانيكية طاقة و متى تقدمها :

- عندما نؤثر على جسم صلب ساكن بقوة خارجية $\vec{F}$ في جهة الحركة ينطلق هذا الجسم بحركة مستقيمة متسارعة من موضع A إلى موضع B .



- و أثناء ذلك تكون سرعته متزايدة و بالتالي تزداد طاقته الحركية (الكتلة m ثابتة) و كون أن الطاقة الحركية تتزايد فهذا يعني أن الجسم اكتسب طاقة من الوسط الخارجي ، مقدار الطاقة المكتسب هو عمل هذه القوة $W_{AB}(\vec{F})$.
- عندما نؤثر على جسم في حالة حركة بقوة خارجية $\vec{F}$ تكون عكس جهة الحركة تنقص قيمة سرعته .



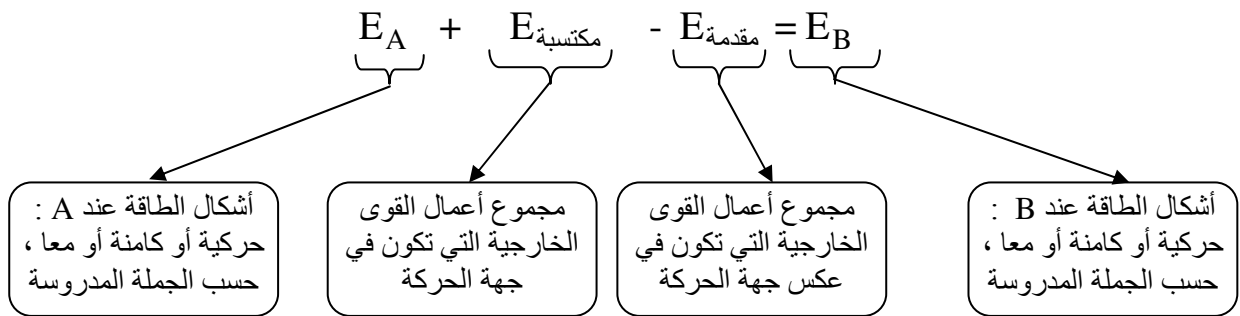
و أثناء ذلك تتناقص طاقته الحركية (الكتلة m ثابتة) و كون أن الطاقة الحركية تتناقص فهذا يعني أن الجملة قدمت طاقة إلى الوسط الخارجي ، مقدار الطاقة المقدم هو عمل هذه القوة $W_{AB}(\vec{F})$.

ملاحظة :

حتى تكتسب الجملة الميكانيكية طاقة ، لماذا يجب أن تكون القوة خارجية ؟ نعطي مثال بسيط ، أربع أشخاص عندما يدفعون سيارة من الخلف (قوة خارجية) تتحرك هذه السيارة و تزداد سرعتها و طاقتها و بالتالي تكون قد اكتسبت طاقة نتيجة دفع الأشخاص للسيارة ، بينما لو ركب هؤلاء الأشخاص السيارة من الداخل و دفعوها من الداخل (قوة داخلية) السيارة في هذه الحالة لا تتحرك و بالتالي لا تكتسب طاقة و لا تقدمها . إذن تحركت السيارة عندما خضعت لقوى من الخارج (قوة خارجية) .

• معادلة انحفاظ الطاقة في الجملة الميكانيكية :

إذا انتقلت جملة ميكانيكية من موضع A إلى موضع B و كانت طاقتها عند A هي E_A و طاقتها عند B هي E_B ، حيث $E_A \neq E_B$ ، فإنه يعبر عن معادلة انحفاظ الطاقة لجملة ميكانيكية أثناء الانتقال من A إلى B كما يلي :

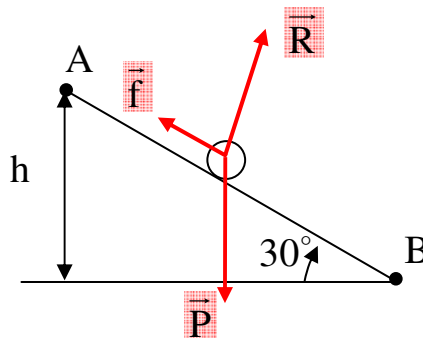


و تكون الحصيلة الطاقوية الموافقة كما يلي :



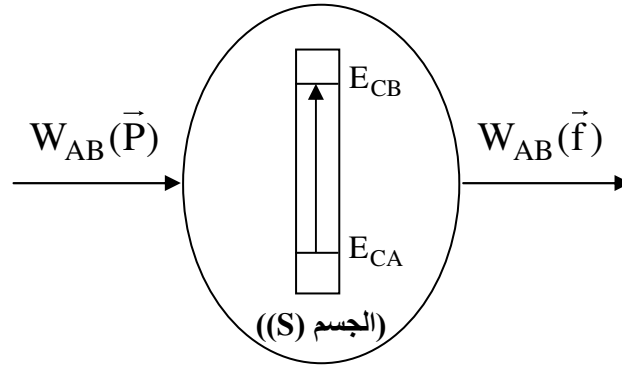
مثال-1 :

جسم صلب (S) يتحرك على مستوى مائل بحركة مستقيمة متسارعة انطلاقاً من الموضع A أعلى مستوي مائل إلى الموضع B أسفل هذا المستوي المائل ، نريد تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال AB .



- الجملة المدروسة : (جسم)- القوى الخارجية :

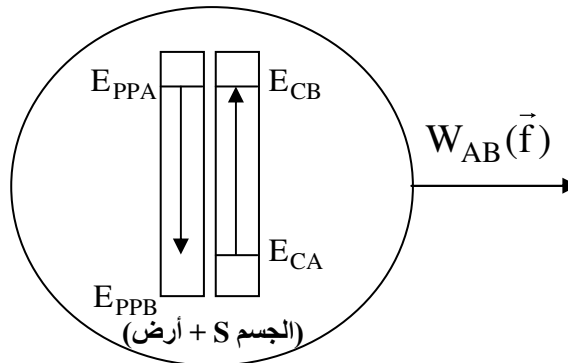
- الثقل $\vec{P}$ ← في جهة الحركة ← تكتسب الجملة طاقة قدرها $W_{AB}(\vec{P})$.
- قوة رد الفعل $\vec{R}$ عمودية على مسار الحركة ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← عكس الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{f})|$.

- أشكال الطاقة :■ حركية متزايدة .- مخطط الحصيلة الطاقوية :- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

- الجملة المدروسة : (جسم + أرض)- القوى الخارجية :

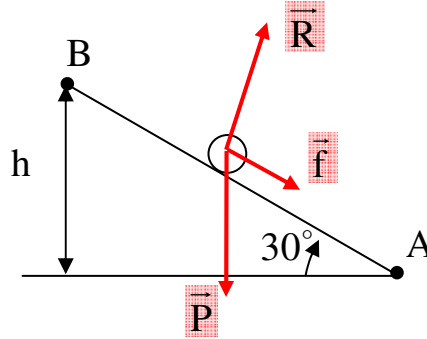
- قوة رد الفعل $\vec{R}$ ← عمودية على المسار ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{f})|$.

- أشكال الطاقة :■ حركية متزايدة .■ كامنة ثقالية متناقصة .- مخطط الحصيلة الطاقوية :- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{CA} + E_{PPA} - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} + E_{PPB}$$

مثال -2:

جسم صلب (S) يتحرك على مستوي مائل إنطلاقاً من الموضع A أسفل مستوي مائل إلى الموضع B أعلى هذا المستوي المائل ، نريد تمثيل مخطط الحصلة الطاقوية و كتابة معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال AB .



- الجملة المدروسة : (جسم)

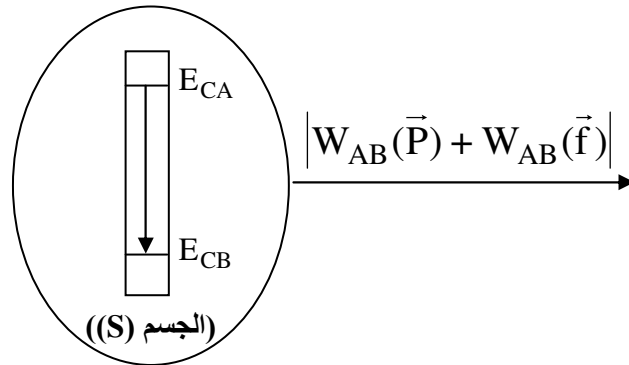
- القوى الخارجية :

- الثقل $\vec{P}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{P})|$.
- قوة رد الفعل $\vec{R}$ ← عمودية على المسار ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{f})|$.

- أشكال الطاقة :

▪ حركية متناقصة .

- مخطط الحصلة الطاقوية :



- معادلة انحفاظ الطاقة :

$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(f)| = E_{CB}$$

- الجملة المدروسة : (جسم + أرض)

- القوى الخارجية :

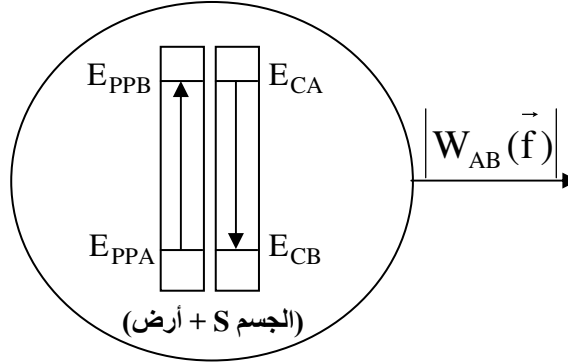
- قوة رد الفعل $\vec{R}$ ← عمودية على المسار ← لا تقدم الجملة طاقة و لا تكتسب .
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ← معاكسة لجهة الحركة ← تقدم الجملة طاقة قدرها $|W_{AB}(\vec{f})|$.

- أشكال الطاقة :

▪ حركية متناقصة .

▪ كامنة ثقالية متزايدة .

- مخطط الحصيلة الطاقوية :



- معادلة انحفاظ الطاقة :

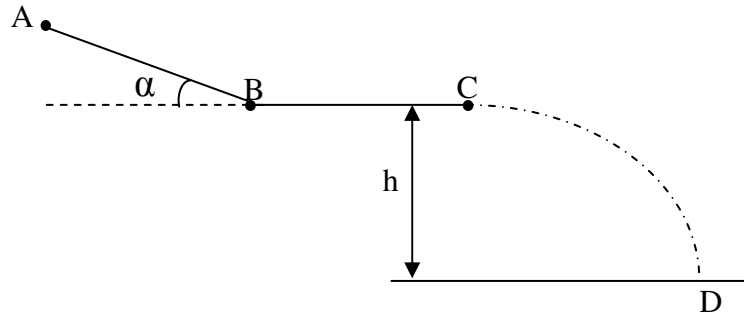
$$E_{CA} + E_{PPA} - |W_{AB}(f)| = E_{CB} + E_{PPB}$$

ملاحظة :

تقتصر دراستنا في هذه الوحدة فقط على الطاقة الحركية و بالتالي لتفادي الطاقة الكامنة التي سنتطرق لها لاحقا ، يجب أن تكون الجملة المدروسة (جسم) .

التمرين (3) : (التمرين : 004 في بنك التمارين على الموقع) (*)

جسم (S) نعتبره نقطي (أبعاده مهملة) كتلته $m = 1 \text{ Kg}$ يتحرك على المسار ABCD (الشكل) حيث :
 AB : مستوي مائل طوله $AB = 2 \text{ m}$ و يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ به الاحتكاك مهمل .
 BC : مسار مستقيم أفقي طوله $BC = 2 \text{ m}$
 يخضع الجسم (S) على المسار BC لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة .



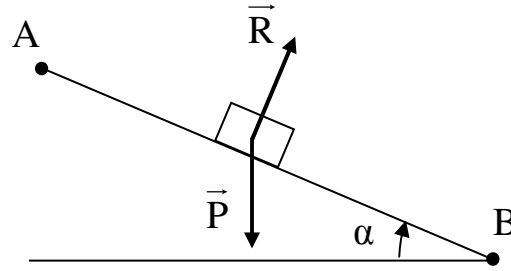
1- يُدفع الجسم (S) من الموضع (A) بسرعة ابتدائية قدرها $v_A = 4 \text{ m/s}$. يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة جسم (S) ثم اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من A إلى B
 ب- أحسب سرعة مركز عطالة الجسم (S) عند الموضع (B) أسفل المستوي المائل .

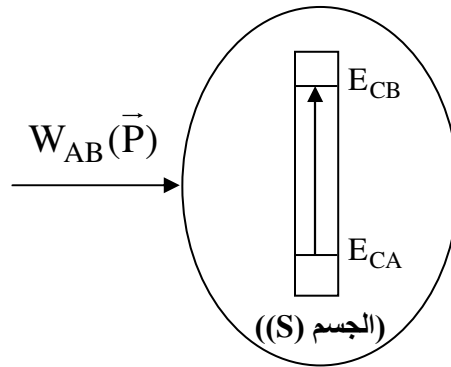
2 - إذا علمت أن الجسم (S) يصل إلى الموضع C بسرعة قدرها 4 m/s .
 أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية و اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من B إلى C .
 ب- جد شدة قوة الاحتكاك f .

3 - عند وصول الجسم (S) إلى النقطة C التي تبعد عن سطح الأرض بمقدار h ، يندفع الجسم في الهواء و يسقط تحت تأثير ثقله حتى يصطدم بالأرض في الموضع D بسرعة $v_D = 7 \text{ m/s}$.

أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية و اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من C إلى D .
 ب- جد الارتفاع h (تهمل كل قوى الاحتكاك و دافعة أرخميدس) .

الأجوبة :**1- مخطط الحصيلة الطاقوية :**

- الجملة المدروسة : جسم S .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.

**■ معادلة انحفاظ الطاقة :**

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{A-B}(\vec{P}) = E_{CB}$$

■ السرعة عند B :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة السابقة :

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + m g h = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\frac{1}{2} v_A^2 + g h = \frac{1}{2} v_B^2 \rightarrow v_A^2 + 2 g h = v_B^2$$

من الشكل :

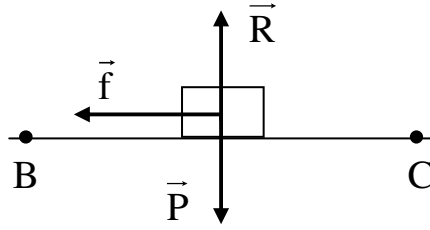
$$\sin \alpha = \frac{h}{AB} \rightarrow h = AB \cdot \sin \alpha$$

و منه :

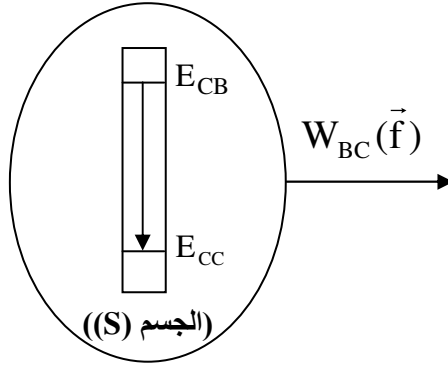
$$v_A^2 + 2 g AB \sin \alpha = v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2 g AB \sin \alpha}$$

$$v_B = \sqrt{(4)^2 + (2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 0.5)} = 6 \text{ m/s}$$

2- أ- مخطط الحصلة الطاقوية :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



■ معادلة انحفاظ الطاقة :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CB} - |W_{B-C}(\vec{f})| = E_{CC}$$

ب- شدة قوة الاحتكاك f :

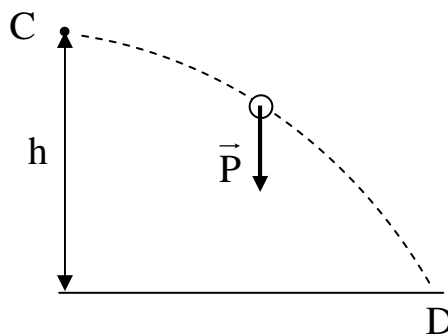
$$\frac{1}{2} m v_B^2 - |-f \cdot BC| = \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - f \cdot BC = \frac{1}{2} m v_C^2 \rightarrow m v_B^2 - 2 f BC = m v_C^2$$

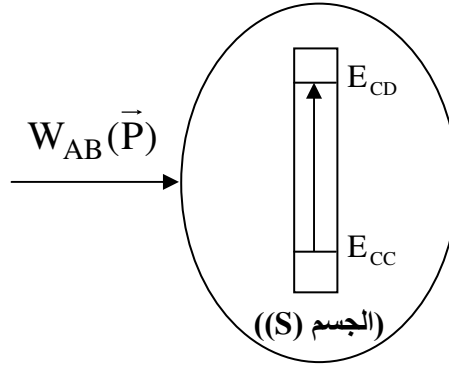
$$m v_B^2 - m v_C^2 = 2 f BC \rightarrow f = \frac{m (v_B^2 - v_C^2)}{2 \cdot BC}$$

$$f = \frac{1(6^2 - 4^2)}{2 \cdot 2} = 5 \text{ N}$$

3- أ- مخطط الحصلة الطاقوية :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.



■ معادلة انحفاظ الطاقة :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين C و D حيث :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + W_{C-D}(\vec{P}) = E_{CD}$$

■ حساب الارتفاع h :

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة :

$$\frac{1}{2} m v_C^2 + m g h = \frac{1}{2} m v_D^2 \rightarrow v_C^2 + 2 g h = v_D^2$$

$$2 g h = v_D^2 - v_C^2 \rightarrow h = \frac{v_D^2 - v_C^2}{2 g}$$

$$h = \frac{(7)^2 - (4)^2}{2 \cdot 10} = 1.65 \text{ m}$$

التمرين (3) : (التمرين : 034 في بنك التمارين على الموقع) (*)

جسم صلب (S) كتلته $m = 300 \text{ g}$ ، يتحرك على المسار ABCD الموضح في الشكل و المتكون من :



AB : ربع دائرة مركزها O نصف قطرها $R = 60 \text{ cm}$

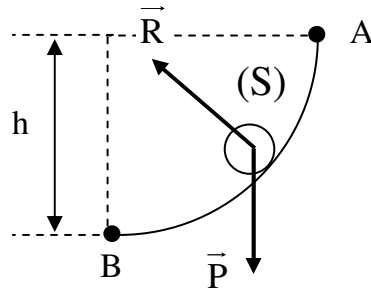
BC : مستوي أفقي ، يخضع فيه الجسم إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة $f = 1 \text{ N}$.

CD : مستوي مائل طوله $CD = 60 \text{ cm}$ ، يميل على الأفق بزاوية α و الاحتكاك به مهمل .

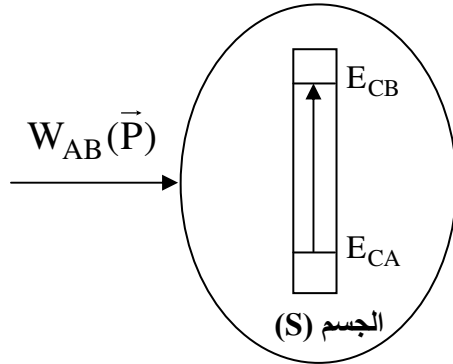
- 1- يتحرك الجسم (S) على المستوي الدائري من الموضع A بسرعة ابتدائية ، تحت تأثير ثقله فيبلغ B بسرعة $v_B = 4 \text{ m/s}$.
- أ- مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) خلال حركته على المسار الدائري .
- ب- مثل مخطط الحويلة الطاقوية للجسم (S) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B ، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء هذا الانتقال .
- ج- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة ، أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع A .
- 2- يواصل الجسم (S) حركته على بقية المسار فيبلغ الموضع C بسرعة $v_C = 3 \text{ m/s}$ ، ليتوقف بعد ذلك في الموضع D ، بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجسم (S) جد :
- أ- أحسب المسافة BC .
- ب- قيمة الزاوية α .
- يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$

الأجوبة :

- 1- سرعة الكرة (S) عند الموضع A :



- الجسم المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

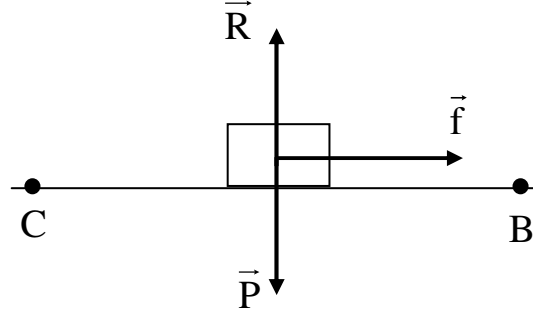
$$\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m v_B^2 \rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 + g \cdot h = \frac{1}{2} v_B^2 \rightarrow v_A^2 + 2g \cdot h = v_B^2$$

من الشكل : $h = R$ و منه :

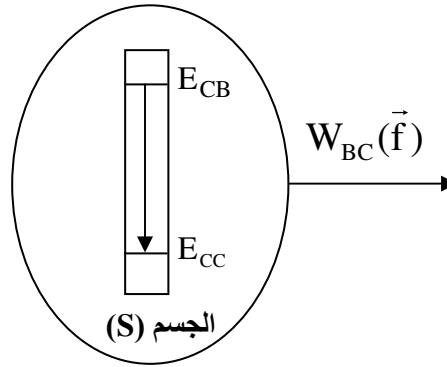
$$v_A^2 + 2g \cdot R = v_B^2 \rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 - 2g \cdot R}$$

$$v_A = \sqrt{4^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0,6} = 2 \text{ m/s}$$

ب- المسافة BC :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{f}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{P}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C .

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

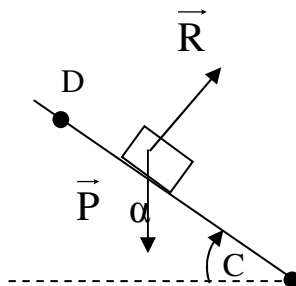
$$E_{CB} - |W_{BC}(f)| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - | -f BC | = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - f BC = \frac{1}{2}mv_C^2$$

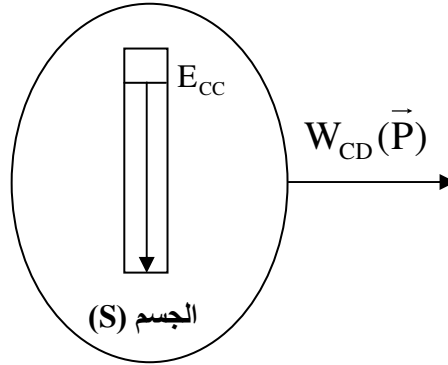
$$mv_C^2 - 2f CD = mv_D^2 \rightarrow mv_B^2 - mv_C^2 = 2f BC$$

$$m(v_B^2 - v_C^2) = 2f BC \rightarrow BC = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2 \cdot f}$$

$$f = \frac{0.3(4^2 - 3^2)}{2 \cdot 1} = 1,05 \text{ m}$$

ب- قيمة الزاوية α :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين C و D .

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} - |W_{CD}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2}m.v_C^2 - | - m.g.h | = 0$$

$$\frac{1}{2}m.v_C^2 - m.g.h = 0 \rightarrow \frac{1}{2}v_C^2 - g.h = 0 \rightarrow v_C^2 - 2g.h = 0$$

من الشكل :

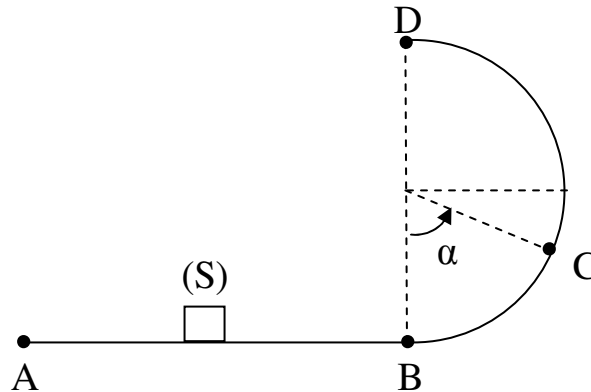
$$\sin\alpha = \frac{h}{CD} \rightarrow h = CD.\sin\alpha$$

$$v_C^2 - 2g.CD.\sin\alpha = 0 \rightarrow \sin\alpha = \frac{v_C^2}{2.g.CD}$$

$$\sin\alpha = \frac{(3)^2}{2.10.0,9} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

التمرين (3) : (التمرين : 030 في بنك التمارين على الموقع) (*)

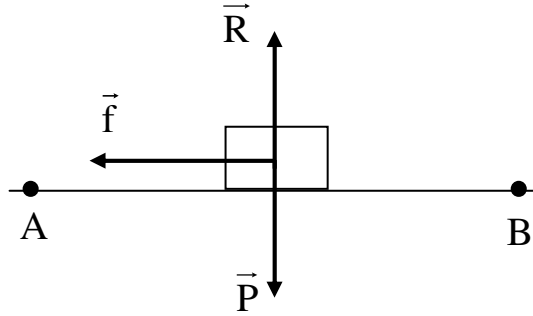
- جسم صلب (S) نعتبره نقطي كتلته $m = 200 \text{ g}$ يتحرك على المسار ABCD الموضح في (الشكل) التالي :
- المسار AB مستقيم طوله $AB = 2 \text{ m}$ ، و الجسم على هذا المسار خاضع إلى قوة احتكاك شدتها $f = 0.6 \text{ N}$.
- المسار BCD دائري نصف قطره $R = 80 \text{ cm}$ الاحتكاك به مهمل .



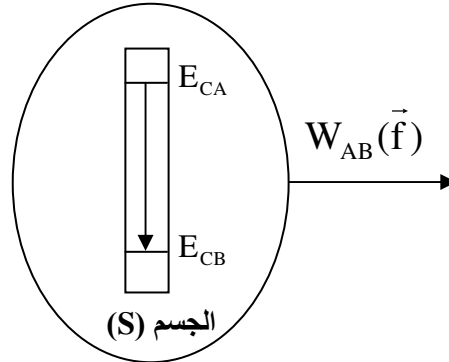
- 1- ندفع الجسم (S) من الموضع A بسرعة ابتدائية v_A فيبلغ سرعة $v_B = 2 \text{ m/s}$ عند الموضع B .
أ- مثل مخطط الحصلة الطاقوية للجسم (S) بين A و B .
ب- أوجد سرعة الجسم (S) عند الموضع A .
- 2- بعد أن يصل الجسم (S) إلى الموضع B يواصل حركته على المسار الدائري فيتوقف عند الموضع C المعروف بالزاوية α . أوجد قيمة الزاوية α .
- 3- كم يجب أن تكون قيمة السرعة v_B حتى يبلغ الجسم (S) الموضع D من المسار الدائري بسرعة معدومة .
(يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$) .

الأجوبة :

- 1- تمثيل مخطط الحصلة الطاقوية للجسم (S) بين A و B :



- الجسم المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{f}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{P}$.



- ب- سرعة الجسم (S) عند الموضع A :
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B و بالاعتماد على الحصلة الطاقوية السابقة :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

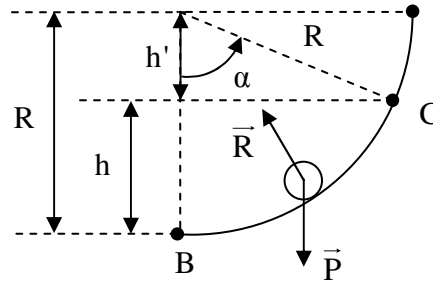
$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - |-f \cdot AB| = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - f \cdot AB = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mv_A^2 - 2f \cdot AB = mv_B^2$$

$$mv_A^2 = mv_B^2 + 2f \cdot AB \rightarrow v_A = \sqrt{\frac{mv_B^2 + 2f \cdot AB}{m}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{0.2 \cdot 2^2 + (2 \cdot 0.6 \cdot 2)}{0.2}} = 4 \text{ m/s}$$

2- الزاوية α :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{R}$ ، $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C .

$$E_B + E_{\text{مكسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{P})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - |m \cdot g \cdot h| = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - m \cdot g \cdot h = 0$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 - g \cdot h = 0 \rightarrow v_B^2 - 2g \cdot h = 0$$

من الشكل :

$$h = R - h'$$

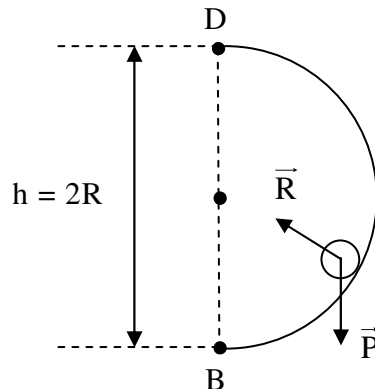
$$\cos \alpha = \frac{h'}{R} \rightarrow h' = R \cos \alpha \rightarrow h = R - R \cos \alpha = R(1 - \cos \alpha)$$

يصبح :

$$v_B^2 - 2g \cdot R(1 - \cos \alpha) = 0 \rightarrow v_B^2 = 2g \cdot R(1 - \cos \alpha)$$

$$1 - \cos \alpha = \frac{v_B^2}{2gR} \rightarrow \cos \alpha = 1 - \frac{v_B^2}{2gR}$$

$$\cos \alpha = 1 - \frac{(2^\circ)^2}{2 \cdot 10 \cdot 0,8} = 0,75 \rightarrow \alpha = 41^\circ$$

3- قيمة v_B حتى يبلغ الجسم (S) الموضع D :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و D .

$$E_B + E_{\text{مكسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{P})| = 0$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - |-m.g.h| = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - m.g.h = 0$$

$$\frac{1}{2}v_B^2 - g.h = 0 \rightarrow v_B^2 - 2g.h = 0$$

من الشكل : $h = 2R$ و منه :

$$v_B^2 - 2g(2R) = 0$$

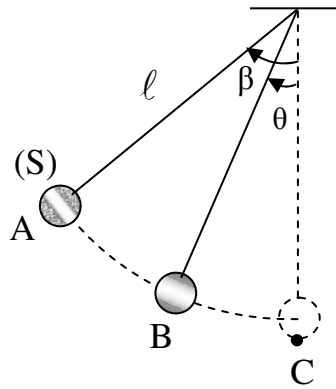
$$v_B^2 - 4gR = 0$$

$$v_B^2 = 4gR \rightarrow v_B = \sqrt{4gR}$$

$$v_B = \sqrt{4 \cdot 10 \cdot 0,8} = 5,66 \text{ m/s}$$

التمرين (3) : (التمرين : 019 في بنك التمارين على الموقع) (*)

كرية صغيرة (S) نعتبرها نقطية كتلتها $m = 600 \text{ g}$ مثبتة بطرف خيط مهمل الكتلة طوله $\ell = 90 \text{ cm}$ و الذي بدوره مثبت بنقطة ثابتة من الأعلى ، يزاح هذا الخيط مع الكرية عن وضع التوازن بزاوية $\beta = 60^\circ$ ثم يترك بدون سرعة ابتدائية ، تمر الكرية من الموضع B المعروف بالزاوية $\theta = 30^\circ$ ثم الموضع C (الشكل) .



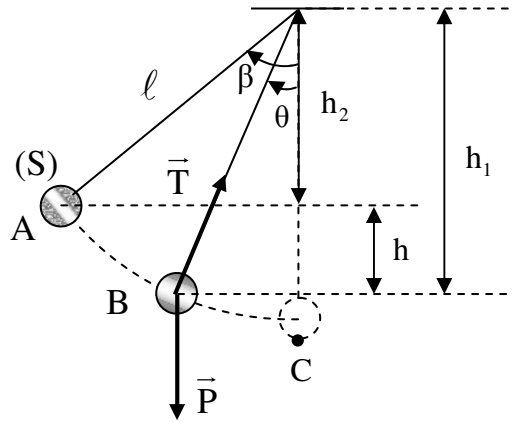
1- أثبت أن سرعة الكرية (S) عند الموضع B تعطى بالعلاقة التالية :

$$v_B = \sqrt{2g.R (\cos\theta - \cos\beta)}$$

2- أحسب سرعة الكرية عند B ثم بين أن سرعتها عند الموضع C هي $v_C = 3 \text{ m/s}$.
يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الأجوبة :

1- عبارة سرعة الكرية (S) عند الموضع B :



- الجملة المدروسة : كرية (S) .
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{T}$ ، $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكبسة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$m.g.h = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow g.h = \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow 2g.h = v_B^2$$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = h_1 - h_2 \\ \cos\theta = \frac{h_1}{l} \rightarrow h_1 = l \cos\theta \\ \cos\beta = \frac{h_2}{l} \rightarrow h_2 = l \cos\beta \end{cases}$$

و منه :

$$h = l \cos\theta - l \cos\beta = l (\cos\theta - \cos\beta)$$

يصبح لدينا :

$$2g.l (\cos\theta - \cos\beta) = v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2g.l (\cos\theta - \cos\beta)}$$

2- قيمة v_B :

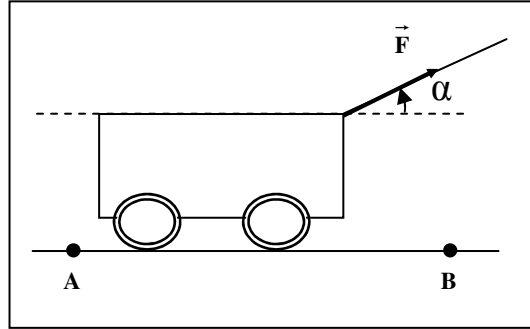
$$v_B = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.9 (\cos 30^\circ - \cos 60^\circ)} = 2.57 \text{ m/s}$$

قيمة v_C :عند الموضع C تكون $\theta = 0$ ، و بالاعتماد على عبارة v السابقة يمكن كتابة :

$$v_C = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.9 (\cos 0^\circ - \cos 60^\circ)} = 3 \text{ m/s}$$

التمرين (3) : (التمرين : 005 في بنك التمارين على الموقع) (*)

عربة صغيرة محملة بالفحم ، تجر على خط مستقيم بواسطة حبل يصنع زاوية $\alpha = 60^\circ$ ، مع الأفق (الشكل) و ذلك ببذل قوة $\vec{F}$ ثابتة شدتها 400 N (الشكل) ، العربة تتحرك بسرعة ثابتة قدرها $v = 2 \text{ m/s}$.



• أكتب عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة F ، v ، α ، ثم أحسب قيمتها .

الأجوبة :

■ عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة F ، v ، α :

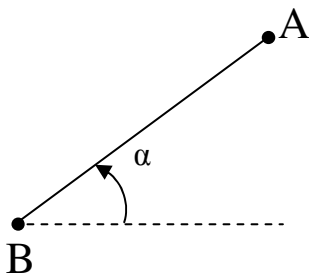
$$P = \frac{W_{A-B}(\vec{F})}{\Delta t} = \frac{F \cdot AB \cos \alpha}{\Delta t} = F \frac{AB}{\Delta t} \cos \alpha$$

و حيث أن حاصل قسمة المسافة على الزمن تمثل السرعة v أي $v = \frac{AB}{\Delta t}$ في الحركة المستقيمة المنتظمة ، يمكن كتابة عبارة الإستطاعة كما يلي :

$$P = F v \cos \alpha$$

■ قيمة الإستطاعة :

$$P = 400 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 400 \text{ W}$$

التمرين (3) : (التمرين : 007 في بنك التمارين على الموقع) (*)

جسم صلب (S) كتلته $m = 200 \text{ g}$ ينتقل من الموضع A إلى الموضع B على مستوي مائل أملس طوله $AB = 1 \text{ m}$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ و مستوي أفقي BC . على هذا المسار يخضع الجسم (S) إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة .

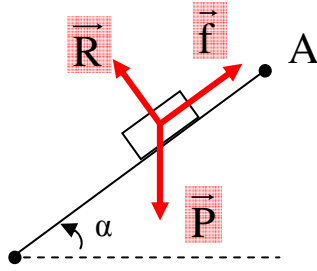
يتحرك الجسم (S) من الموضع A إلى الموضع B بسرعة ثابتة قدرها $v = 5 \text{ m/s}$.
1- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجسم (S) أثناء الانتقال من الموضع A إلى الموضع B .

2- أثبت أن الإستطاعة P المحولة من الأرض إلى الجسم يعبر عنها بالعلاقة : $P = m \cdot g \cdot v \cdot \sin \alpha$ ثم أحسب قيمتها .

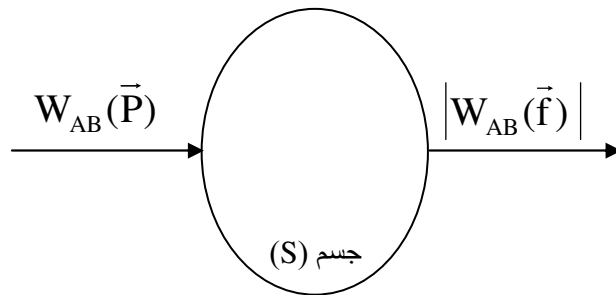
3- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B . أوجد شدة قوة الاحتكاك f .
يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الأجوبة :

1- تمثيل الحويلة الطاقوية بين A و B للجمل (جسم) :



- القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$ (في جهة الحركة) ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ (عمودية على المسار) ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ (معاكسة لجهة الحركة) .



2- عبارة الاستطاعة المحولة من الأرض إلى الجسم (S) :

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{P})}{\Delta t}$$

$$P = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha}{\Delta t} = m \cdot g \cdot \frac{AB}{\Delta t} \cdot \sin \alpha$$

كون أن السرعة ثابتة أثناء الحركة يكون : $\frac{AB}{\Delta t} = v$ و منه يصبح :

$$P = m \cdot g \cdot v \cdot \sin \alpha$$

$$P = 0,2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ W}$$

3- شدة قوة الاحتكاك :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجمل (S) بين A و B و بالاعتماد على الحويلة الطاقوية السابقة :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$W_{AB}(\vec{P}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} - E_{CA} = 0 \quad (\text{لأن الحركة مستقيمة منتظمة})$$

$$mgh - |f \cdot AB| = 0 \rightarrow mgh - f \cdot AB = 0$$

من الشكل :

$$\sin \alpha = \frac{h}{AB} \rightarrow h = AB \cdot \sin \alpha$$

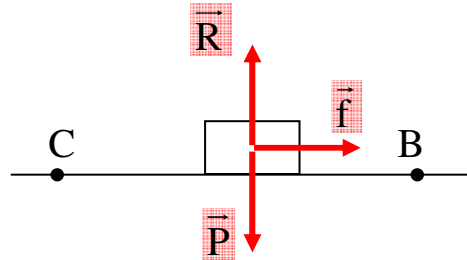
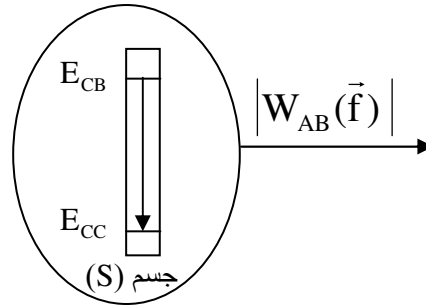
و منه :

$$m.g.AB.\sin\alpha - f.AB = 0$$

$$m.g.\sin\alpha - f = 0 \rightarrow f = m.g.\sin\alpha$$

$$f = 0,2.10.\sin30^\circ = 1 \text{ N}$$

2- مخطط الحصيلة الطاقوية بين B و C للجملة جسم (S) :

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

ب- المسافة BC :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة جسم (S) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي بين B و C و بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية السابقة :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

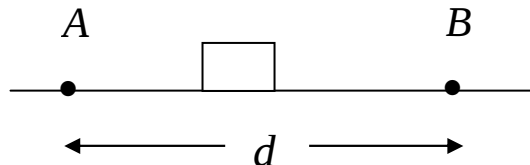
$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - |-f \cdot BC| = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - f \cdot BC = \frac{1}{2}mv_C^2$$

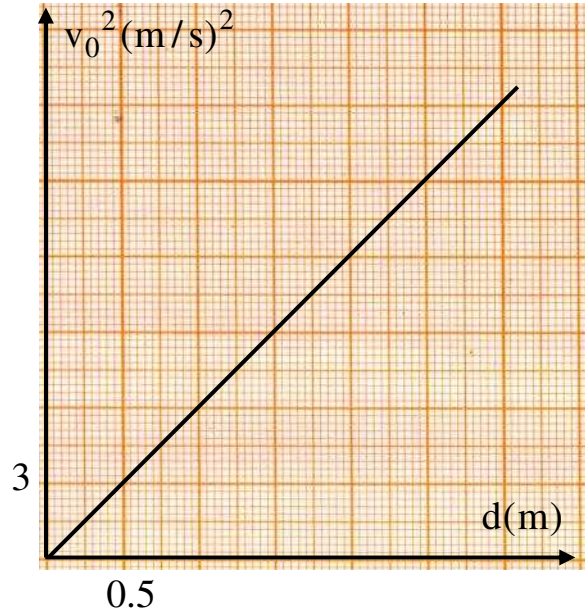
$$mv_B^2 - 2f \cdot BC = mv_C^2 \rightarrow mv_B^2 - mv_C^2 = 2f \cdot BC$$

$$m(v_B^2 - v_C^2) = 2f \cdot BC \rightarrow BC = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2f}$$

$$BC = \frac{0,2((5)^2 - (4)^2)}{2 \cdot 1} = 0,9 \text{ m}$$

التمرين (3) : (التمرين : 008 في بنك التمارين على الموقع) (*)نريد تعيين شدة قوة الإحتكاك $\vec{f}$ التي تعيق حركة جسم صلب (S) كتلته $m = 400 \text{ g}$ ينتقل على سطح طاولة أفقية كبيرة (الشكل) .

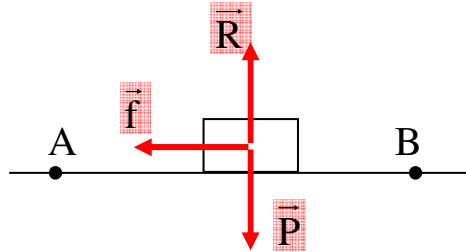
- نعطى للجسم (S) سرعة ابتدائية معلومة v_0 ، فينتقل على سطح الطاولة ليقطع مسافة $AB = d$ قبل أن يتوقف عن الحركة عند الموضع B .
نكرر هذه التجربة عدة مرات و نرسم البيان $v_0^2 = f(d)$ الذي يمثل تغيرات مربع السرعة الابتدائية بدلالة المسافة المقطوعة d .



- 1- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) .
- 2- بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة ، أوجد العلاقة التي تعطي v_0^2 بدلالة m ، d ، f .
- 3- اعتمادا على البيان أوجد شدة القوة $\vec{f}$.

الأجوبة :

1- تمثيل القوى الخارجية :



2- العلاقة بين v_0^2 و m ، d ، f :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - |f \cdot d| = 0 \rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 - f \cdot d = 0 \rightarrow v_0^2 = \frac{2f}{m}d$$

3- قيمة f :

- بياننا المنحنى $v_0^2 = f(d)$ هو مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$$v_0^2 = a d$$

حيث a هو ميل هذا المستقيم

- نظريا و مما سبق :

$$v_0^2 = \frac{2f}{m} d$$

بالمطابقة :

$$\frac{2.f}{m} = a \rightarrow f = \frac{a.m}{2}$$

- من البيان :

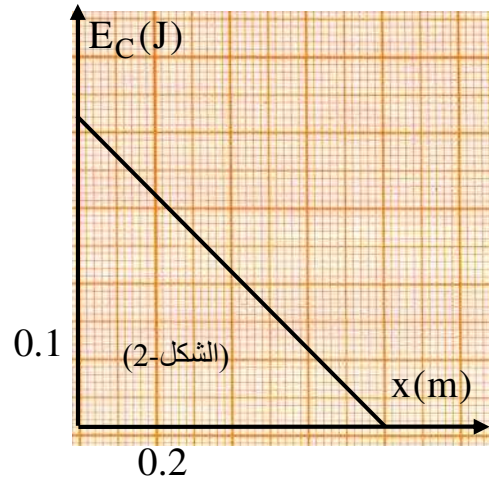
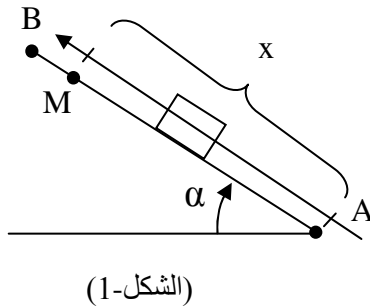
$$a = + \frac{6 \times 3}{6 \times 0.5} = 6$$

إذن :

$$f = \frac{6 \cdot 0.4}{2} = 1.2 \text{ N}$$

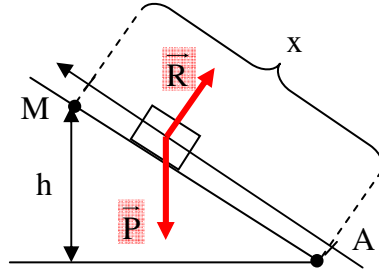
التمرين (3) : (التمرين : 012 في بنك التمارين على الموقع) (*)

من موضع A أسفل مستوي مائل AB يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ (الشكل-1) ، ندفع جسم نقطي (S) كتلته m و أبعاده مهملة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ ، فيتحرك هذا الجسم على المستوي المائل بدون احتكاك ، حتى تنعدم سرعته عند الموضع B ليقطع مسافة d عندئذ .
المخطط البياني المقابل (الشكل-2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجسم (S) بدلالة المسافة x التي يقطعها الجسم (S) أثناء انتقاله من الموضع A إلى الموضع الكيفي M .



- 1- أكتب العلاقة النظرية للطاقة الحركية E_C للجسم (S) عند الموضع M بدلالة m ، v_0 ، g ، x ، α .
- 2- اعتمادا على البيان جد :
أ- كتلة الجسم (S) و سرعته الابتدائية v_0 .
ب- المسافة d التي يقطعها الجسم (S) قبل أن يتوقف عند الموضع B .
يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الأجوبة :

1- العلاقة النظرية بين E_C و x :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و M :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

$$E_{CA} - |W_{AM}(\vec{P})| = E_C$$

$$E_{CA} - |-m \cdot gh| = E_C$$

من الشكل :

$$\sin \alpha = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \cdot \sin \alpha$$

و منه :

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - |-m \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha| = E_C \rightarrow E_C = \frac{1}{2}mv_0^2 - m \cdot g \cdot x \cdot \sin \alpha$$

2- أ- قيمتي v_0 ، m :

- بيانيا ، المنحنى $E_C(x)$ هو مستقيم معادلته من الشكل :

$$E_C = a x + b \quad (1)$$

- نظريا و اعتمادا على ما سبق :

$$E_C = -(m \cdot g \cdot \sin \alpha)x + \frac{1}{2}mv_0^2 \quad (2)$$

- بالمطابقة :

$$-m \cdot g \cdot \sin \alpha = a \rightarrow m = -\frac{a}{g \cdot \sin \alpha}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = b \rightarrow v_0^2 = \sqrt{\frac{2b}{m}}$$

من البيان :

$$a = -\frac{4 \cdot 0,1}{4 \cdot 0,2} = -0,5$$

$$b = 4 \cdot 0,1 = 0,4$$

إذن :

$$\begin{aligned} \blacksquare m &= -\frac{(-0.5)}{10 \cdot \sin 30} = 0.1 \text{ kg} \\ \blacksquare v_0^2 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 0.4}{0.1}} = 2.83 \text{ m/s} \end{aligned}$$

ب- المسافة d :

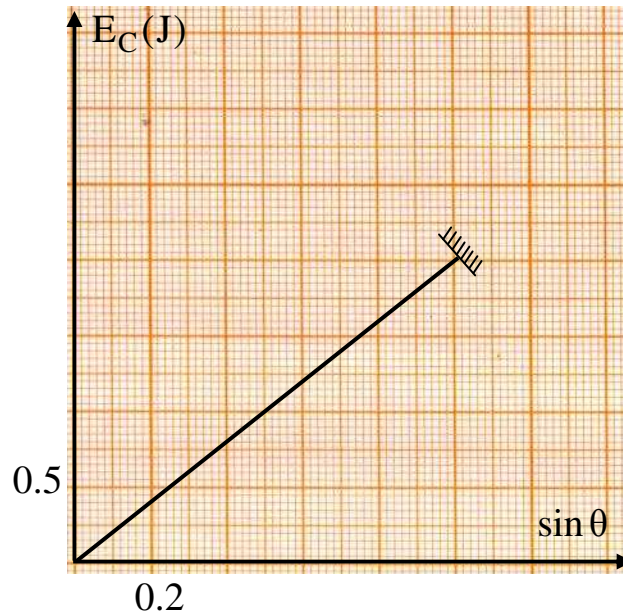
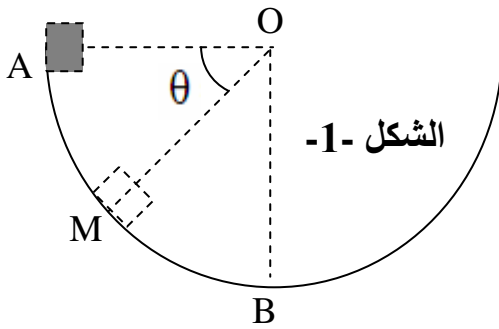
من البيان تنعدم الطاقة الحركية و بالتالي تنعدم السرعة عند $x = 0.8 \text{ m}$ و هي المسافة d التي يقطعها الجسم (S) عندما يتوقف عند الموضع B .

التمرين (3) : (التمرين : 027 في بنك التمارين على الموقع) (*)

• نعتبر في هذا التمرين أن الاحتكاكات مهملة، و قيمة الجاذبية الأرضية هي : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

يتحرك جسم كتلته m على مسار دائري أملس نصف قطره $R = 80 \text{ cm}$ ، حيث ينطلق ابتداء من الموضع A بدون سرعة ابتدائية ليمر بالموضع M المحدد بالزاوية θ (الشكل-1) .

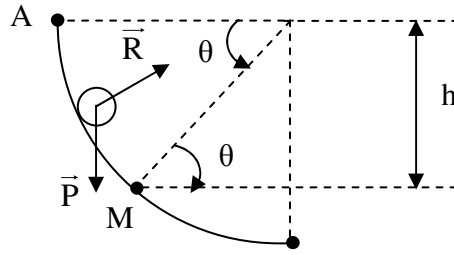
فما بدراسة تغيرات الطاقة الحركية E_c للجسم (جسم) بدلالة $\sin \theta$ فتحصلنا البيان المقابل :



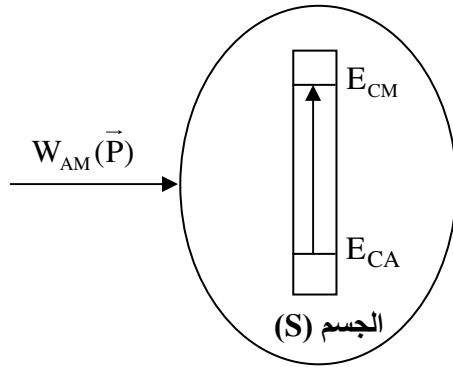
- 1- مثل الحصيلة الطاقوية للجسم (جسم) بين الموضعين A و M .
- 2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B ، جِد عبارة الطاقة الحركية E_c عند الموضع M بدلالة m ، g ، R و $\sin \theta$.
- 3- أكتب المعادلة الرياضية للمنحنى ، و استنتج من البيان كتلة الكرة m
- 4- عين من المنحنى الطاقة الحركية للجسم في الموضع B ، و استنتج قيمة السرعة v_B في هذا الموضع .

الأجوبة :

- 1- تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية للجسم (جسم) بين A و M :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



2- معادلة انحفاظ الطاقة :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و M :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

بالاعتماد على مخطط الحويلة الطاقوية السابقة يكون :

$$E_{CA} + m.g.h = E_C$$

من الشكل :

$$\sin\theta = \frac{h}{R} \rightarrow h = R.\sin\theta$$

يصبح لدينا "

$$m.g.R.\sin\theta = E_C$$

إذن :

$$E_C = m.g.R.\sin\theta$$

3- المعادلة الرياضية للمنحنى :

المنحنى $E_C = f(\sin\theta)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل :

$$E_C = a . \sin\theta$$

حيث a هو ميل مماس المنحنى (معامل التوجيه) و من البيان :

$$a = \frac{4.0,5}{5.0,2} = 2$$

و منه المعادلة الرياضية تكون كما يلي :

$$E_C = 2 \sin\theta$$

- قيمة m :

بمطابقة العلاقة البيانية (الرياضية) مع العلاقة النظرية :

$$m \cdot g \cdot R = a \rightarrow m = \frac{a}{g \cdot R}$$

$$m = \frac{2}{10 \cdot 0,8} = 0,25 \text{ kg}$$

4- الطاقة الحركية في الموضع B :

في الموضع B يكون :

$$\theta = 90 \rightarrow \sin \theta = 1$$

$$E_{CB} = 4 \cdot 0,5 = 2 \text{ J}$$

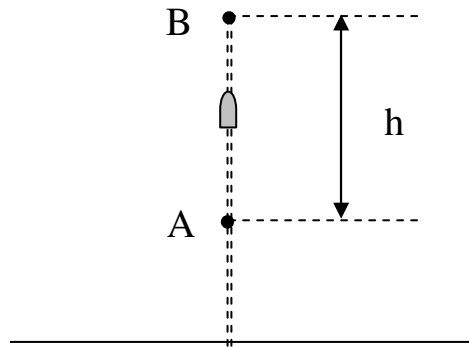
- قيمة v_B :

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{CB}}{m}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{0,25}} = 4 \text{ m/s}$$

التمرين (3) : (التمرين : 009 في بنك التمارين على الموقع) (*)

رصاصة كتلتها $m = 7 \text{ g}$ تقذف شاقوليا بواسطة مسدس من الموضع A نحو الأعلى بسرعة $v_A = 200 \text{ m/s}$.



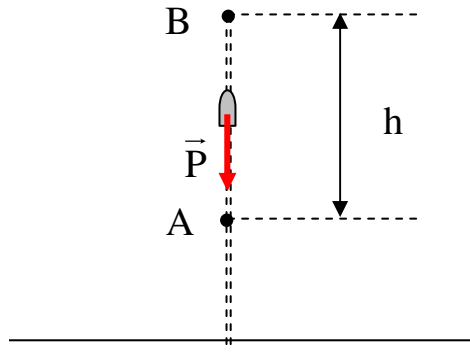
- 1- أحسب الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها .
 - 2- بإهمال تأثير الهواء على الرصاصة ، أوجد أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها A .
 - 3- إذا علمت أن الارتفاع الحقيقي الذي بلغته الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها هو $h' = 1200 \text{ m}$. أوجد شدة قوة الاحتكاك المعاكسة للحركة و التي يؤثر بها الهواء على الرصاصة باعتبار أن هذه القوة ثابتة .
- يعطى : $g = 10 \text{ m/s}^2$.

الأجوبة :

1- الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها :

$$E_{CA} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow E_{CA} = 0,5 \cdot 7 \cdot 10^{-3} (200)^2 = 140 \text{ J}$$

2- أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها :



- الجملة المدروسة : رصاصة .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B حيث A موضع القذف و B موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع .

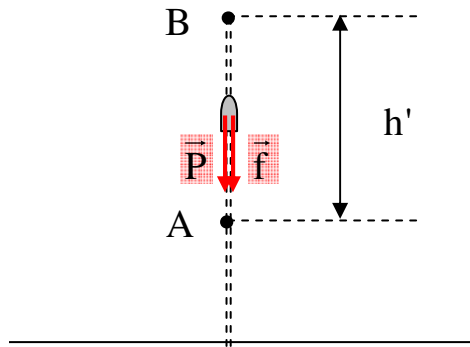
$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{A-B}(\vec{P})| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - | - m g h | = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 - m g h = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = m g h \rightarrow h = \frac{v_A^2}{2g}$$

$$h = \frac{(200)^2}{2 \times 10} = 2000m = 2km$$

3- شدة قوة الاحتكاك :



- الجملة المدروسة : رصاصة .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B حيث A موضع القذف و B موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{A-B}(\vec{P}) + W_{A-B}(\vec{f})| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - | - m g h' - f AB | = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 - | - (m g h' + f AB) | = 0$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - (m g h' + f AB) = 0 \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 - m g h' - f AB = 0$$

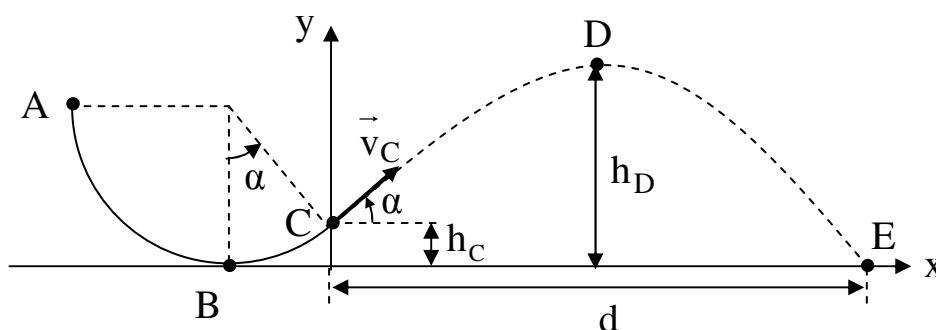
$$m v_A^2 - 2m g h' - 2f AB = 0 \rightarrow m v_A^2 - 2m g h' = 2f AB$$

$$f = \frac{m (v_A^2 - 2g h')}{2h'} \quad (AB = h' = 1200 \text{ m})$$

$$f = \frac{7 \cdot 10^{-3} \cdot ((200)^2 - (2 \cdot 10 \cdot 1.2 \cdot 10^3))}{2 \cdot 1.2 \cdot 10^3} = 4.67 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

التمرين (3): (التمرين : 014 في بنك التمارين على الموقع) (*)

ينطلق جسم (S) نعتبره نقطي كتلته $m = 400 \text{ g}$ بسرعة ابتدائية v_A من موضع A ينتمي إلى مسار دائري ABC نصف قطره $R = 90 \text{ cm}$ ، يمر من النقطة B بسرعة $v_B = 5 \text{ m/s}$ ثم يبلغ النقطة C بسرعة v_C ، بعد ذلك يواصل حركته في الهواء ماراً بالنقطة D الموافقة لأعلى ارتفاع يبلغه (الذروة) ليصطدم في النهاية بالأرض في الموضع D (الشكل).



• تهمل كل قوى الاحتكاك

• يعطي : $g = 10 \text{ m/s}^2$ ، $\alpha = 60^\circ$.

1- مثل الحصيلة الطاقوية للجoule (جسم S) بين A و B .

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجoule (جسم S) بين الموضعين A و B :
أ- أكتب معادلة انحفاظ الطاقة .

ب- أوجد سرعة الجسم (S) عند الموضع A .

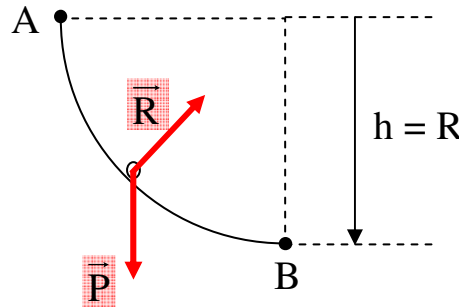
3- أحسب ارتفاع الموضع C عن المستوي الأفقي BE .

4- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجoule (جسم S) ، أحسب سرعة الجسم (S) عند الموضع C .

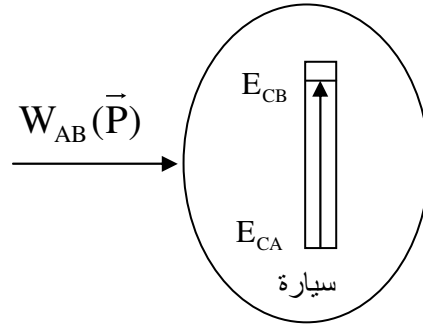
5- سرعة الجسم عند الموضع D هي $v_D = 2 \text{ m/s}$.

أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجoule (جسم S) بين C و D أوجد أقصى ارتفاع يبلغه الجسم S بالنسبة للمستوي الأفقي BE .

ب- عبر عن سرعة الجسم (S) عند الموضع D بدلالة v_C و α من دون تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة .

الأجوبة :**1- مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين A و B :**

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
 - القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



- 3- أ- معادلة انحفاظ الطاقة :
 - بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين A و B .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

اعتمادا على الحصيلة الطاقوية السابقة :

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

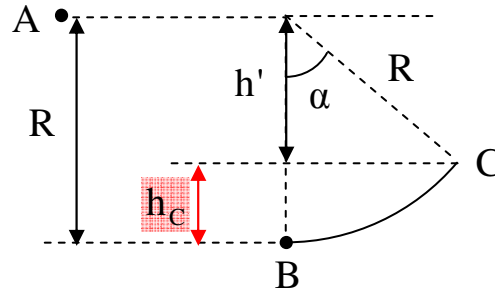
- ب- سرعة الجسم (S) عند A :
 من معادلة انحفاظ الطاقة :

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + m.g.R = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mv_A^2 + 2m.g.R = mv_B^2$$

$$v_A^2 + 2g.R = v_B^2 \rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 - 2g.R}$$

$$v_A = \sqrt{(5)^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0,9} = 2.65 \text{ m/s}$$

3- قيمة h_C :

من الشكل :

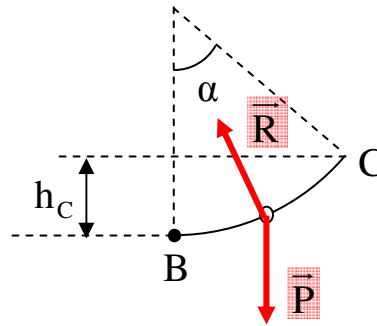
$$\begin{cases} h_C = R - h' \\ \cos \alpha = \frac{h'}{R} \rightarrow h' = R \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

و منه :

$$h_C = R - R \cdot \cos \alpha \rightarrow h_C = R (1 - \cos \alpha)$$

$$h_C = 0,9 (1 - \cos 60^\circ) = 0,45 \text{ m}$$

4- سرعة الجسم (S) عند C :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين B و C .

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

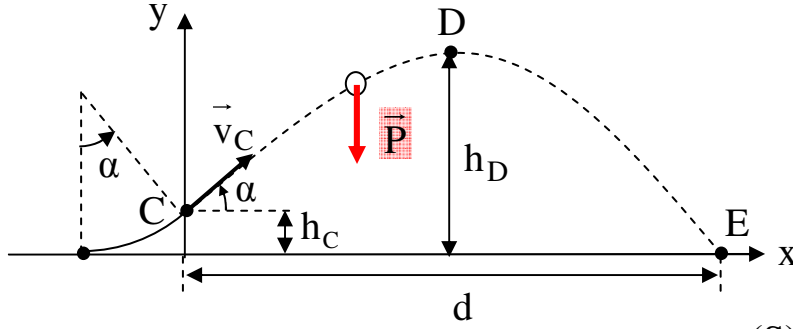
$$E_{CB} + W_{BC}(\vec{P}) = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - m \cdot g \cdot h_C = \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$m v_B^2 - 2 m \cdot g \cdot h_C = m v_C^2$$

$$v_B^2 - 2 g \cdot h_C = v_C^2 \rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 - 2 g \cdot h_C}$$

$$v_C = \sqrt{(5)^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0,45} = 4 \text{ m/s}$$

5- قيمة h_D :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين C و D .

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CC} - |W_{BC}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - |-m.g.h| = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - m.g.h = \frac{1}{2}mv_D^2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - m.g(h_D - h_C) = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$mv_C^2 - 2m.g(h_D - h_C) = mv_D^2 \rightarrow v_C^2 - 2g(h_D - h_C) = v_D^2 \rightarrow v_C^2 - v_D^2 = 2g(h_D - h_C)$$

$$h_D - h_C = \frac{v_C^2 - v_D^2}{2g} \rightarrow h_D = \frac{v_C^2 - v_D^2}{2g} + h_C$$

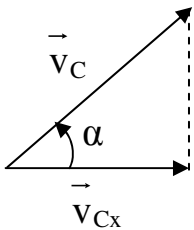
$$h_D = \frac{(4)^2 - (2)^2}{2 \cdot 10} + 0,45 = 1,05 \text{ m}$$

ب- عبارة v_D بدلالة v_C و α :

نعلم أن مسقط حركة القذيفة على المحور OX هي حركة مستقيمة منتظمة لذا يكون :

$$v_{Dx} = v_{0x}$$

من الشكل :



$$\cos \alpha = \frac{v_{Cx}}{v_C} \rightarrow v_{Cx} = v_C \cdot \cos \alpha$$

و منه :

$$v_{Dx} = v_C \cos \alpha$$

عند الذروة يكون $v_{Dy} = 0$ و منه :

$$v_D = \sqrt{v_{Dx}^2 + v_{Dy}^2} = |v_{Dx}| \rightarrow v_D = v_C \cos \alpha$$

**** الأستاذ : فرقاني فارس ****
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم
الخروب - قسنطينة
Fares_Fergani@yahoo.Fr

نرجو إبلاغنا عن طريق البريد الإلكتروني بأي خلل في الدروس أو التمارين و حلولها .
وشكرا مسبقا

www.sites.google.com/site/faresfergani