

سلسلة

الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات

★ الدوال العددية (عموميات)



أقدم لإخواني الأساتذة وأبنائي الطلبة هذا العمل المتواضع والمتمثل في

سلسلة الربح في الوقت مع الصديق في الرياضيات في الدوال العددية

للسنة الثانية ثانوي جميع الشعب العلمية :

علوم تجريبية ★ رياضيات ★ تقني رياضي

للتحضير الممتاز للرياضيات.

تتضمن هذه السلسلة :

عموميات + الدوال المركبة. 💡

اتجاه التغير والتمثيل البياني. 💡

المعادلات والمترجمات من الدرجة الثانية أو الثالثة. 💡

لا تنسونا من صالح الدعاء للوالدين الكريمين ولي. محبتكم في الله الأستاذ : فراحية المحفوظ



السنة الدراسية: 2022/2021

آخر تحديث: 2021/09/14

mahfoudferahtia@gmail.com

فراحية المحفوظ

الأستاذ فراحية المحفوظ للرياضيات

تمرين رقم 1

عين مجموعة التعريف للدوال التالية:

(1) $f(x) = x^2 - x + 5$

(2) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

(3) $f(x) = \frac{1}{x^2+2}$

(4) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4}$

(5) $f(x) = \sqrt{x+3}$

(6) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-4}}$

(7) $f(x) = \frac{x^2+2}{|x|+1}$

(8) $f(x) = x + \frac{x-6}{x^2+2x+1}$

(9) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$

(10) $f(x) = x^2 - |x+1|$

(11) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-9}}$

(12) $f(x) = x - \sqrt{x-2}$

(13) $f(x) = x + \frac{x-6}{x^2+2x+1}$

(14)
$$\begin{cases} f(x) = \frac{|x|}{x^2 - |x|} ; x \in \mathbb{R}^* \\ f(0) = -1 \end{cases}$$

(15)
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x+2} ; x > -1 \\ f(x) = \frac{x}{x+1} ; x < -1 \\ f(-1) = 0 \end{cases}$$

تمرين رقم 2

عين مجموعة تعريف الدوال

$$-2g, 3f, \frac{f}{g}, f \times g, f - g, f + g, g, f$$

و $3f - 2g$ في كل حالة:

أ. $g(x) = x^2 + 2x - 3 ; f(x) = x^2 + 1$

ب. $g(x) = \frac{2x-3}{x+2} ; f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$

ج. $g(x) = 4x + 3 ; f(x) = 2x^2 - 1$

(2) عين عبارة الدوال: $3f, \frac{f}{g}, f \times g, f - g, f + g, -2g$ و $3f - 2g$ في كل حالة:

أ. $g(x) = x^2 + 2x - 3 ; f(x) = x^2 + 1$

ب. $g(x) = \frac{2x-3}{x+2} ; f(x) = 1 - \frac{3}{x+2}$

ج. $g(x) = 4x + 3 ; f(x) = 2x^2 - 1$

تمرين رقم 3

اذكر إن كانت الدالتين f و g متساويتين في كل حالة من الحالات التالية:

(1) $g(x) = |x|\sqrt{x+1} ; f(x) = \sqrt{x^3+x^2}$

(2) $g(x) = (\sqrt{x+2})^2 ; f(x) = x+2$

(3) $g(x) = \frac{x^2-4x+3}{(x-3)^2} ; f(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$

(4) $g(x) = \frac{(2x-3)(x+1)}{x+1} ; f(x) = 2x-3$

(5) $g(x) = \frac{x^2-2x-3}{x-2} ; f(x) = x - \frac{3}{x-2}$

تمرين رقم 4

 f و g دالتان حيث $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x^2 + 2x$ (1) عين مجموعة تعريف الدوال $f, g, f+g$ و $f \times g$ (2) اوجد عبارة الدالتين $f+g$ و $f \times g$

تمرين رقم 5

عين العبارتين $f \circ g$ و $g \circ f$ في كل حالة مما يأتي:

(1) $f(x) = 3x ; g(x) = -4x$

(2) $f(x) = x+3 ; g(x) = 4x+5$

(3) $f(x) = x^2 ; g(x) = 2-3x$

(4) $f(x) = x^2 ; g(x) = \sqrt{x}$

(5) $f(x) = \frac{-1}{x+1} ; g(x) = 2x$

(6) $f(x) = \sqrt{x-1}, x \geq 1 ; g(x) = x^2+1$

(7) $f(x) = \sqrt{x^2+2x} ; g(x) = \frac{1}{x}-3$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2} \quad (9)$$

$$f(x) = \sqrt{x + 5} \quad (10)$$

$$f(x) = \cos(2x - 1) \quad (11)$$

$$f(x) = \left| \frac{2x - 1}{5} \right| \quad (12)$$

$$f(x) = 2 + \frac{4}{x} \quad (13)$$

$$f(x) = 3\sqrt{x} + 2 \quad (14)$$

$$f(x) = |x + 2| - 2 \quad (15)$$

$$f(x) = \frac{5}{(x^2 + 2)} + x^2 + 5 \quad (16)$$

تمرين رقم 8

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1}$

بين أن $(f \circ f)(x) = x$ ، ثم استنتج قيمة العدد:

$$(f \circ f \circ f)(2)$$

تمرين رقم 9

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax + b$

حيث a و b عدنان حقيقيان مع $a \neq 0$

عرف الدالة $f \circ f$ (1)

عين الثنائية $(a; b)$ التي من أجلها يكون: $f \circ f = f$ (2)

تمرين رقم 10

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ، وجدول تغيراتها كما يلي:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$		2	

g الدالة المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = f(\sqrt{x})$

فكك الدالة g إلى مركب دالتين إحداها الدالة f ،

ثم استنتج اتجاه تغيراتها.

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{2x-1} \quad (8)$$

$$f(x) = |x+2| \quad ; \quad g(x) = \frac{1}{x^2} \quad (9)$$

$$f(x) = 2x - 1 \quad ; \quad g(x) = \frac{x+1}{x+2}, x \neq -2 \quad (10)$$

تمرين رقم 6

(I) عين $f \circ g$ و $g \circ f$ بعد تعيين مجموعة تعريف f ، g ،
في كل حالة:

$$f(x) = 2x + 4 \quad \text{و} \quad g(x) = 3x^2 + 2x \quad (1)$$

$$f(x) = 2x \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{-2}{x+1} \quad (2)$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{1}{x} + 3 \quad (3)$$

$$f(x) = -x + 3 \quad \text{و} \quad g(x) = \sqrt{x+2} \quad (4)$$

$$f(x) = x^2 - 3 \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{3}{x} \quad (5)$$

$$f(x) = 4x - 1 \quad \text{و} \quad g(x) = \sin(x+1) \quad (6)$$

(II) f ، g ، h و k دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + 1$

$$g(x) = x^2 \quad \text{و} \quad h(x) = x + 1 \quad \text{و} \quad k(x) = x^2 + 1$$

أثبت ما يلي:

$$2k = f \circ k, \quad f + k = g \circ h, \quad k = h \circ g$$

$$g^2 + 2k = k \circ k, \quad gk + k = g \circ k, \quad g + 2h = k \circ h$$

تمرين رقم 7

فكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين يطلب تعيينهما في كل حالة:

$$f(x) = (x+2)^2 + 1 \quad (1)$$

$$f(x) = 4(x-1)^2 + 3 \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{3}{x+1} \quad (3)$$

$$f(x) = 2 - \frac{3}{x+4} \quad (4)$$

$$f(x) = \sqrt{x-2} \quad (5)$$

$$f(x) = \left| \frac{2}{3}x - 1 \right| \quad (6)$$

$$f(x) = (x-2)^2 \quad (7)$$

$$f(x) = 3(x+1)^2 + 5 \quad (8)$$

(1) بين أن الدالتين f و $\frac{1}{f}$ متعاكستان في اتجاه التغير على المجال I .

(2) تطبيق عددي: ادرس على المجال $[0; +\infty[$ اتجاه تغير h حيث $h(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

تمرين رقم 14

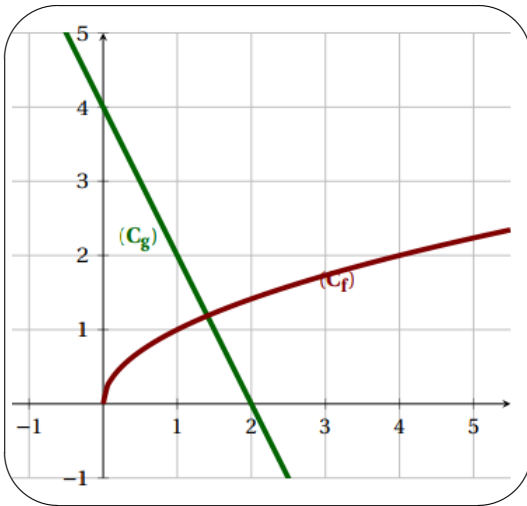
لتكن f دالة معرفة على المجال $[-3; 4]$ حيث جدول تغيراتها على الشكل التالي:

x	-3	1	4
$f(x)$	16	1	9

❖ ادرس اتجاه تغير كل من الدوال التالية: $\frac{1}{f}$ ، $\sqrt{f}$ و f^2 .
ثم شكل جدول التغيرات لكل منها.

تمرين رقم 15

f و g دالتين معرفتين على $[0; +\infty[$ و $\mathbb{R}$ على الترتيب (C_f) و (C_g) تمثيلهما البيانيان في معلم م م $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل الآتي:



- (1) بقراءة بيانية عين: $(g \circ f)(0)$ و $(g \circ f)(4)$.
- (2) لتكن: $g(x) = -2x + 4$ و $f(x) = \sqrt{x}$.
- أ. عين مجموعة تعريف الدالة $g \circ f$ ، ثم عين عبارتها.

تمرين رقم 11

(I) ادرس تغيرات الدوال التالية على مجال I في كل حالة:

(1) $I = \mathbb{R}$ $f(x) = 3x - 4$

(2) $I =]-\infty, +\infty[$ $g(x) = -5x + 7$

(3) $I =]0, +\infty[$ $h(x) = x - \frac{1}{x}$

(4) $I =]-\infty, 3]$ $k(x) = \sqrt{3-x}$

(5) $I = \mathbb{R}$ $u(x) = 2x^2 - 4$

(6) $I = \mathbb{R}^*$ $v(x) = \frac{1}{x^2}$

(7) $I =]0, +\infty[$ $\varphi(x) = x^2 + x$

(II) استنتج اتجاه تغير الدوال التالية:

$f - 3h$ ، $f + g$ ، $v \times \varphi$ ، $-3g + 2$ ، $2f - 5$
 $f \circ h$ و $f \circ v$ ، $g \circ v$ ، $f \circ v$ ، $v \times u$

تمرين رقم 12

لتكن f و g دالتين جدولتي تغيراتهما كالآتي:

x	-3	0	1
$f(x)$	0	-4	5

x	-4	0	5
$g(x)$	-5	0	2

- (1) اوجد مجموعة تعريف الدالة $h = g \circ f$.
- (2) احسب $h(-3)$ ، $h(-0)$ و $h(1)$.
- (3) ادرس اتجاه تغير الدالة h على مجال $[-3; 0]$ ، ثم على $[0; 1]$.

تمرين رقم 13

f دالة رتيبة تماما لى مجال I وتحافظ على إشارة ثابتة على I .

(3) من الجدول السابق عين جدول تغيرات الدوال التالية

المعرفة بـ: $g(x) = 3f(x)$ ، $k(x) = -f(x)$ ،

$u(x) = |f(x)|$ و $l(x) = f(x) - 2$

(4) ارسم في نفس المعلم منحنى الدالة f ومنحنيات الدوال

المذكورة في السؤال السابق.

تمرين رقم 19

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$. وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$

(1) شكل جدول تغيرات الدالة k المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$

بـ: $k(x) = f(-2x + 3)$

(2) شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$

بـ: $g(x) = f(x^2)$

تمرين رقم 20

لتكن الدالة f المعرفة على $]0; 2[\cup]2; +\infty[$. وجدول تغيراتها مبين في الشكل التالي:

x	0	1	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$		$-\infty$ -1 $-\infty$		$+\infty$ 2 $+\infty$		

❖ شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة

على $] -\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$ بـ: $g(x) = f(-2x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $g \circ f$.

تمرين رقم 16

(1) ادرس اتجاه تعبير الدالة h المعرفة على المجال $]1; +\infty[$

بالشكل: $h(x) = \frac{1}{x-1}$

(2) نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على المجال $]1; +\infty[$

كما يلي: $f(x) = x - 1$ و $g(x) = \frac{x}{x-1}$

أ. بين أنه إذا كان $x > 1$ فإن $g(x) > 1$

ب. تحقق أن $(f \circ g)(x) = h(x)$ ، ثم استنتج اتجاه

تغير الدالة g .

تمرين رقم 17

(1) f و g دالتان معرفتان على المجال $[0; +\infty[$ بـ:

$f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x^2$

❖ أثبت أن الدالة $f + g$ متزايدة تماماً على المجال

$[0; +\infty[$

(2) f دالة عددية معرفة على $] -\infty; 0]$ بـ:

$f(x) = x^2 + |x|$

❖ اثبت أن الدالة f متناقصة تماماً على $] -\infty; 0]$.

(3) f دالة عددية معرفة على المجال $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $f(x) = x + \frac{1}{x}$

❖ اثبت أن الدالة f متزايدة تماماً على $\mathbb{R}_+^*$

تمرين رقم 18

لتكن f دالة معرفة بجدول تغيراتها:

x	-5	0	1	3	7
$f(x)$	-4	-1	-2	0	6

(1) عين حلول المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$.

(2) عين القيمة الحدية العظمى للدالة f .

تمارين رقم 24

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$
 ❖ اشرح كيف يمكن إستنتاج المنحنيات الممثلة للدوال

$$g, h \text{ و } k \text{ حيث: } g(x) = \left| \frac{2x-1}{x+1} \right|$$

$$h(x) = \frac{2x-1}{|x+1|} \text{ و } k(x) = \frac{2|x|-1}{|x|+1}$$

تمارين رقم 25

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة: $f(x) = x^2 + x - 2$
 وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم
 المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

❖ حدد من بين النقط التالية التي تنتمي إلى (C_f)

$$A(1,0), B(0,-2), C(0,0), D(-2,0), E(2,7), F(1,1), G(2,4), H(-1,-2)$$

تمارين رقم 26

(1) ادرس تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = 2x - 1$$

(2) ارسم تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد
 والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(3) بين كيف يمكن إستنتاج التمثيل البياني للدوال التالية:

$$g(x) = 2f(x), h(x) = f(x) + 3, k(x) =$$

$$2x + 3, u(x) = -3f(x), v(x) = f(x) - 2$$

(4) ارسم التمثيلات البيانية للدوال السابقة.

تمارين رقم 27

في المستوي المنسوب إلى معلم م م $(O; \vec{i}, \vec{j})$. المنحنى
 (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f كما هو موضح في الشكل الآتي:

تمارين رقم 21

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$. وجدول تغيراتها مبين
 في الشكل التالي:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	—	—	—
$f(x)$	2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 2	

❖ شكل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على

$$\mathbb{R} - \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\} \text{ بـ: } g(x) = f(x^2)$$

تمارين رقم 22

لتكن f و g معرفتان بـ: $f(x) = x^2 - 4x + 2$
 و $g(x) = \sqrt{x}$

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(2) احسب $f(0)$, $f(1)$, $f(4)$ و $g(4)$.

(3) أنشئ (C_f) و (C_g) في معلم متعامد ومتجانس.

(4) حل بيانيا المعادلة $f(x) = g(x)$.

(5) حل بيانيا المتراجحة $f(x) > g(x)$.

تمارين رقم 23

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + x + 1$

(1) اشرح كيف يمكن إنشاء التمثيل البياني للدالة f إنطلاقا

من دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم ارسم (C_f) .

(2) بين كيف يمكن إستنتاج التمثيل البياني للدوال التالية:

$$g(x) = f(x+2) - 1, h(x) = f(x-3) + 3,$$

$$k(x) = -f(x), u(x) = f(|x|),$$

$$v(x) = |f(x)|$$

(2) عين حلول المعادلة $f(x) = 0$ والمتراجحة $f(x) \geq 0$ بيانيا.

(3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) بين أن f دالة زوجية وفسر ذلك هندسيا.

(5) عين معادلة للمستقيم (Δ) الممين في الشكل أدناه.

(6) حل بيانيا وحسابيا المتراجحة $f(x) < x + 2$.

(7) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$h(x) = (x + 2)^2 - 1$$

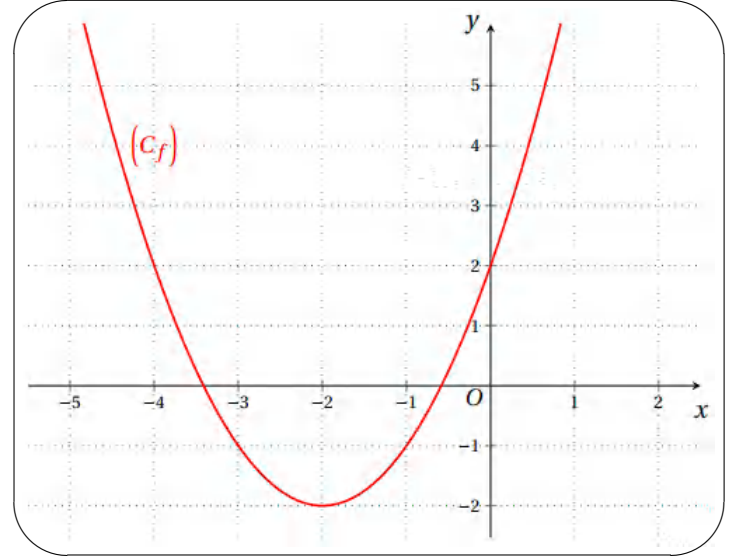
أ. شكل جدول تغيرات الدالة h

ب. تحقق أن $h(x) = f(x + 2) + 3$

ج. أنشيء في نفس المعلم المنحنيات التالية:

❖ التمثيل البياني للدالة h .

❖ التمثيل البياني للدالة $|f(x)|$ بـ $x \mapsto |f(x)|$



(1) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) عين شعاع الانسحاب الذي يحول منحنى الدالة مربع إلى (C_f) .

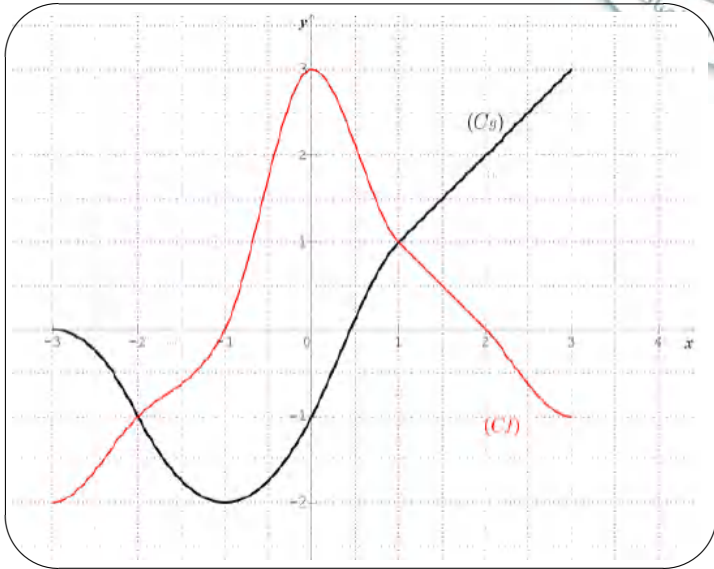
(3) جد عبارة $f(x)$ بدلالة x .

(4) بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = -2$ محور تناظر لـ (C_f) .

(5) في نفس المعلم أنشيء الدوال: $g(x) = |f(x)|$ ، $h(x) = f(|x|)$ و $k(x) = (x - 1)^2 + 1$.

تمارين رقم 29

(1) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في الشكل الآتي:



(1) عين مجموعة تعريف الدوال f ، g و $g \circ f$.

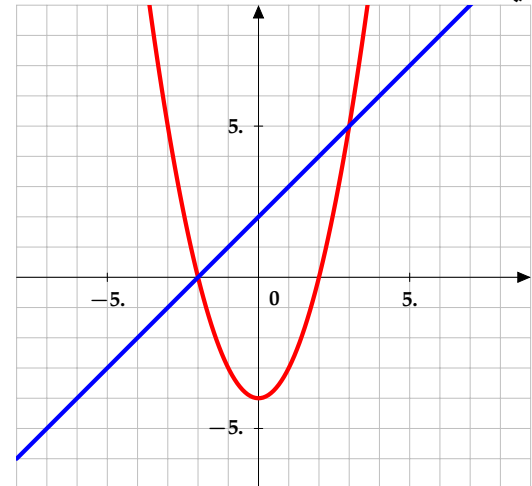
(2) عين: $(g \circ f)(1)$ ، $(f \circ g)(0)$ و $(g \circ f \circ g)(2)$.

(3) حل بيانيا المعادلات الآتية: $(g \circ f)(x) = -1$ ،

$$(f \circ g)(x) = -1 \text{ و } (f \circ f \circ g)(x) = 0$$

تمارين رقم 28

لتكن الدالة f دالة معرفة على $[-5; 5]$ بتمثيلها البياني الموضح في الشكل الآتي:



(1) احسب صور -2 ، 0 و 1 ثم عين سوابق 1 و 5 .

$$\Omega(-1,1) \quad f(x) = \frac{x+2}{x+1} \quad (2)$$

$$\Omega(1,2) \quad f(x) = \frac{2x-1}{x-1} \quad (3)$$

(II) أثبت بطريقتين مختلفتين أن المستقيم $x = a$ أنه محور تناظر للمنحنى (C_f) في كل حالة:

$$x = -2 \quad f(x) = x^2 + 4x + 3 \quad (1)$$

$$x = 1 \quad f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{(x-1)^2} \quad (2)$$

تمرين رقم 33

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$
 (C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

ولتكن A نقطة من المستوي احداثياتها $(-1;1)$ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ولتكن M نقطة من (Γ) احداثياتها $(x;y)$ في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أوجد $(X;Y)$ احداثيات النقطة M في المعلم

$(A; \vec{i}, \vec{j})$ ، ثم اوجد معادلة (Γ) في المعلم $(A; \vec{i}, \vec{j})$.

(2) نضع $g(X) = Y$

ادرس شفعية الدالة g ، ماذا تستنتج ؟

تمرين رقم 34

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 + 2x$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f(x) = (x+1)^2 - 1$$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$

$$\text{لدينا: } f(x) > 0$$

(4) بالإستعانة بمنحنى الدالة مربع ارسم (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

(4) حل بيانيا المتراجحتين الآتيتين:

$$(f \circ g)(x) \leq -1 \quad \text{و} \quad (g \circ f)(x) > -1$$

تمرين رقم 30

ادرس إشارة كل ثلاثي حدود مميالي:

$$x^2 + 4x + 3 \quad (1)$$

$$-3x^2 + x + 1 \quad (2)$$

$$4x^2 - x + 1 \quad (3)$$

$$x^2 - 6x + 2 \quad (4)$$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

$$x^4 + 2x^2 = 0 \quad (1)$$

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \quad (2)$$

$$x^4 + x^2 - 6 = 0 \quad (3)$$

$$x^4 + 3x^2 + 4 = 0 \quad (4)$$

تمرين رقم 31

في كل ماييلي اكتب الدالة f بدون رمز قيمة المطلقة على مجال تعريفها:

$$f(x) = \sqrt{|-2x+4|} \quad I = \mathbb{R} \quad (1)$$

$$f(x) = \sqrt{|-2x^2+4x|} \quad I = \mathbb{R} \quad (2)$$

$$f(x) = \frac{2x+3}{|x^2-4|} \quad I = \mathbb{R} - \{-2,2\} \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{x^2+3x}{|x+2|+3} \quad I = \mathbb{R} \quad (4)$$

$$f(x) = \frac{x^2+3x}{|x+2|+|x-5|} \quad I = \mathbb{R} \quad (5)$$

$$f(x) = |\sin(x)| \quad I = [0;2\pi] \quad (6)$$

$$f(x) = |\cos(x)| \quad I = [0;2\pi] \quad (7)$$

تمرين رقم 32

(I) أثبت بطريقتين مختلفتين أن $\Omega(a,b)$ أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f) في كل حالة:

$$\Omega(2,3) \quad f(x) = \frac{3x}{x-2} \quad (1)$$

تدريب رقم 35

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax^2 + bx + c$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين الأعداد a ، b و c علما ان النقاط $A(0, -5)$ ،

$B(1, 0)$ و $C(-5, 0)$ تنتمي الى (C_f) .

(2) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:

$$f(x) = (x+2)^2 - 9$$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(4) عين القيمة الحدية الصغرى للدالة f .

(5) بالإستعانة بمنحنى الدالة مربع ارسم (C_f) منحنى الدالة f في المعلم السابق.

تدريب رقم 36

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x$.

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) باستعمال منحنى الدالة مربع أرسم (C_f) في معلم متعامد ومتجانس.

(3) أنشئ في نفس المعلم المنحنى الممثل للدالة $|f(x)|$ بـ $x \mapsto |f(x)|$.

(4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = m$ والمعادلة $|f(x)| = m$.

تدريب رقم 37

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)(x-4)$.

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

$$f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}$$

(2) ارسم في مستوى منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ منحنى الدالة $x^2 \mapsto x$ واستنتج رسم

المنحنى الممثل للدالة f .

(3) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(|x|)$.

❖ أثبت أن g دالة زوجية.

(4) ارسم منحنى g باستعمال منحنى f .

تدريب رقم 38

لتكن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كإيلي:

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

(2) بكتابة f على شكل مركب دوال مرجعية:

❖ حدد تغيرات الدالة f على المجال $\left]-\infty; \frac{3}{2}\right]$

والمجال $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

(3) بين أن منحنى (C_f) هو صورة المنحنى (H) الذي

معادلته $y = -x^2$ بإنسحاب يطلب تعيينه.

(4) عين نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل ثم ارسم (C_f) .

(5) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = |f(x)|$.

(C_g) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى المعلم المتعامد

والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

❖ اكتب $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة ثم اشرح كيف

يمكن رسم (C_g) إنطلاقا من (C_f) ، ثم ارسم (C_g) .

تدريب رقم 39

نعتبر الدالتين u و v المعرفتين كإيلي:

$$u(x) = -x + 4 \text{ و } v(x) = \frac{1}{x}$$

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $] -\infty; 4]$ بـ:

$$f(x) = (v \circ u)(x)$$

(1) اكتب عبارة $f(x)$ بدلالة x .

(2) عين صورة المجال $] -\infty; 4]$ بالدالة u .

- (1) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -2 : $f(x) = a + \frac{b}{x+2}$.
- (2) بين أن f هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.
- (3) عين اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين: $]-\infty; -2[$ و $]2; +\infty[$.
- (4) بين أن النقطة $\omega(-2, 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
- (5) استنتج كيفية رسم (C_f) إنطلاقاً من منحنى الدالة مقلوب ثم أرسمه.

(II) لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ بـ:

$$g(x) = f(-|x|)$$

- (1) بين أن g دالة زوجية.
- (2) اشرح كيفية رسم منحنى الدالة g ثم أرسمه في نفس المستوى.

تمرين رقم 42

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ كإيلي:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2 - x}$$

- (1) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{2\}$ فإن: $f(x) = ax + b + \frac{c}{2 - x}$.
- (2) ادرس وضعية المنحنى (C_f) الممثل للدالة f بالنسبة للمستقيم الذي معادلته $y = -x - 5$.

تمرين رقم 43

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{2x+6}{x-1}$

(1) أ. عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

ب. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 1[$ والمجال $]1; +\infty[$.

(2) نعتبر الدالة g حيث: $g(x) = \sqrt{\frac{2x+6}{x-1}}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]4; +\infty[$.

(4) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]4; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = -f(x) + 5$$

أ. اكتب عبارة $g(x)$ بدلالة x .

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]4; +\infty[$.

(5) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]4; +\infty[$ بـ:

$$h(x) = \frac{5x-19}{x-4}$$

أ. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x

$$h(x) = a + \frac{b}{x-4}$$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]4; +\infty[$.

ج. بين أن المنحنى الممثل للدالة h هو صورة منحنى الدالة

مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

تمرين رقم 40

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

- (1) عين مجموعة التعريف للدالة f .
- (2) عين العددين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي يختلف عن -1 لدينا: $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$.
- (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > -1$ لدينا: $f(x) > 3$.
- (5) بين أن النقطة $\omega(-1; 3)$ مركز تناظر لـ (C_f) .
- (6) بين أن (C_f) منحنى الدالة f هو صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه ثم أرسمه.

تمرين رقم 41

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بـ:

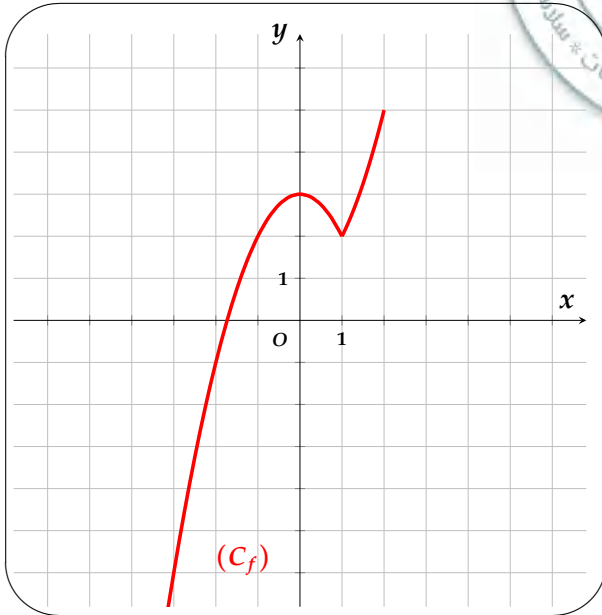
$$f(x) = \frac{2x+5}{x+2}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) تحقق أن الدالة f هي مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيين عبارتهما.
- (2) إتمادا على اتجاه تغير كلا من الدالتين u و v إستنتج اتجاه تغير الدالة f .
- (3) حل في المجال $[1; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 0$.
- (4) إشرح كيف يمكن رسم (C_f) إنطلاقا من بيان الدالة جذر التربيعي.
- (5) لتكن الدالة g المعرفة بـ: $g(x) = |f(x)|$ و (C_g) تمثيلها البياني. أنشئ (C_g) إنطلاقا من (C_f) مع الشرح.
- (6) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$ بـ: $h(x) = -2 + \sqrt{|x| - 1}$ إشرح كيف يمكن رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) ، ثم أرسمه في نفس المستوي.

تمرين رقم 47

f دالة معرفة على المجال $[-3; 2]$ كما هو مبين في الشكل الآتي:



استعمل بيان الدالة f للإجابة على الأسئلة التالية:

- (1) أعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-3; 2]$.
- (2) ما حلول المعادلة $f(x) = 0$.
- (3) ما حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$ ؟

- أ. عين مجموعة تعريف الدالة g .
- ب. بين أن g هي مركب دالتين يطلب تعيينهما.
- ج. استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-\infty; -3]$ والمجال $[1; +\infty[$.

تمرين رقم 44

- لتكن الدالة f المعرفة على $[-1; +\infty[$ بـ: $f(x) = -1 + \sqrt{1+x}$
- (1) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ لدينا: $f(x) > 0$
- (3) بالإستعانة بمنحنى الدالة الجذر التربيعي ارسم (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ومتجانس.

تمرين رقم 45

- لتكن f و g الدالتين العددية المعرفتين بـ: $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ و $g(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$
- (1) عين مجموعة تعريف f و g ثم إشرح كيف يمكن رسم (C_f) و (C_g)
- (2) أنشئ التمثيل البياني للدوال التالية: $h(x) = -3f(x)$ و $k(x) = |g(x)|$
- (3) لتكن F الدالة العددية المعرفة بـ: $F(x) = f(|x|)$
- أ. عين مجموعة تعريف الدالة F .
- ب. بين أن الدالة F زوجية.
- ج. ارسم (C_F) .

تمرين رقم 46

- f الدالة العددية المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ كإيلي: $f(x) = -2 + \sqrt{x-1}$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- (1) إلى أي مجال ينتمي العدد x ؟
 (2) تحقق أن: $f(x) = (x-1)^2 + 1$
 (3) أ. ادرس على المجال $[0, 2]$ اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
 ب. أنشئ منحنى الدالة f .
 ج. حدد وضعية النقطة M التي تكون من أجلها مساحة المثلث MNP أصغر ما يمكن.

تدريب رقم 51

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[-2, 2]$ كيلي:

$$f(x) = \sqrt{4-x^2}$$

وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أن الدالة f زوجية.

(2) أ. ادرس على المجال $[0, 2]$ اتجاه تغير الدالة f .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[-2, 2]$.

(3) لتكن M نقطة كيفية من (C) .

❖ بين أن: $OM = 2$ ، ثم ارسم المنحنى (C) .

تدريب رقم 52

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) تحقق من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{1\}$ أن:

$$f(x) = 2 + \frac{1}{x-1}$$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 1[$ والمجال $]1; +\infty[$.

(3) انطلاقاً من التمثيل البياني للدالة مقلوب، اشرح كيفية رسم المنحنى (C_f) ثم ارسمه.

(4) ما حلول المتراجحة $f(x) \geq 0$ ؟

(5) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$ ؟

(6) ليكن m عدد حقيقي معطى

❖ ناقش حسب قيم الحقيقي m عدد حلول

$$f(x) = m$$

(7) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = x + 1$ ؟

(8) ليكن n عدد حقيقي معطى

❖ ناقش حسب قيم الحقيقي n عدد حلول

$$f(x) = x + n$$

تدريب رقم 48

لتكن f دالة معرفة بـ: $f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

(1) عين مجموعة تعريف الدالة f .

(2) ادرس شفعية الدالة f .

(3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

تدريب رقم 49

نعتبر المنحنى (C) المعروف بالمعادلة $y = \sqrt{x}$ والنقطة $A(2; 0)$.
 عدد حقيقي موجب و M نقطة من المنحنى (C) فاصلتها x .

(1) عبر عن AM بدلالة x .

(2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x^2 - 3x + 4$$

❖ ماهي العلاقة الموجودة بين العددين AM و $f(x)$ ؟

(3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) عين احداثي النقطة M بحيث تكون المسافة AM اصغر ما يمكن.

تدريب رقم 50

$ABCD$ مربع طول ضلعه $2cm$.

M ، N و P نقاط تنتمي الى $[AB]$ ، $[CD]$ و $[AD]$ على

الترتيب حيث: $AM = CN = DP$.

نضع: $AM = x$ ونرمز بالرمز $f(x)$ الى مساحة المثلث MNP .

(8) حل بيانيا حسب قيم الوسيط m المعادلة $f(x) = m$.

تمرين رقم 54

(I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة على $\mathbb{R}$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

ولیکن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ. عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون:

$$f(x) = (x + a)^2 + b$$

ب. بين أنه يمكن كتابة f على الشكل $f = v \circ u$ حيث

u و v دالتان يطلب تحديدهما، ثم استنتج اتجاه تغير

الدالة f وأثنى جدول تغيراتها.

(2) بين أن (C_f) هو صورة منحنى الدالة مربع بانسحاب

يطلب تعيين شعاعه، أنشئ المنحنى (C_f) .

(3) حل بيانيا ثم جبريا المعادلات و المتراجحات التالية:

$$f(x) = 0, f(x) = -3, f(x) > 0$$

$$f(x) \leq -3$$

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وشارة

$$f(x) = m$$

(II) نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$

$$h(x) = |f(x)|$$

(1) بين أن: $h(x) = f(x)$ على مجال يطلب تحديده.

(2) اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_h) اعتمادا على

المنحنى (C_f) ، ثم أنشئه في نفس المعلم السابق.

(III) نعتبر الدالة العددية k للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$

$$k(x) = f(|x|)$$

(1) بين أن الدالة h زوجية.

(2) اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى (C_k) اعتمادا على

المنحنى (C_f) ، ثم أنشئه في نفس المعلم السابق.

(4) برهن أن النقطة $\Omega(1; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) ارسم - في نفس المعلم السابق - المنحنى (C_g) الممثل

$$g(x) = |f(x)|$$

(6) نعتبر الدالة h المعرفة على $]-\infty; \frac{1}{2}] \cup]1; +\infty[$ بـ:

$$h(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$$

أ. تحقق أن الدالة h مركبة من الدالة f ودالة مرجعية يطلب تعيينها.

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]-\infty; \frac{1}{2}]$

والمجال $]1; +\infty[$.

تمرين رقم 53

(I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ:

$$f(x) = \frac{5-x}{2x-6}$$

ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 3$ لدينا:

$$f(x) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{x-3}$$

(II) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ:

$$h(x) = \frac{1}{x-3}$$

(1) بين أنه يمكن كتابة h على شكل مركب دالتين يطلب تعيينهما.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجموعة تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي حيث $3 < x < 5$ لدينا: $f(x) > 0$.

(4) بين أن النقطة $A(3; -\frac{1}{2})$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(5) بالإستعانة بمنحنى الدالة مقلوب ارسم (C_f) .

(6) ادرس الوضع النسبي بين منحنى f والمستقيم ذي

$$y = -x + \frac{9}{2}$$

(7) ادرس الوضع النسبي بين منحنى f والمستقيم ذي

$$y = -x + \frac{1}{2}$$

تدريب رقم 55

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين كما يلي: $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 2x + 3$. نسمي (C_f) و (C_g) المنحنيين الممثلين لهما في مستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين D_f و D_g مجموعتي تعريف كلا من الدالتين f و g .

(2) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل

$$x \text{ من } D_f \text{ يكون: } f(x) = a + \frac{b}{x-1}$$

ب. فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.

د. بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يسمح بالانتقال من

المنحنى (C) الممثل للدالة مقلوب إلى المنحنى (C_f)

ثم ارسم (C_f) .

هـ. لتكن $\Omega(1; 2)$ نقطة من المستوى. بعد تعيين

دساتير تغيير المعلم عين معادلة المنحنى (C_f) في المعلم

$(\Omega; \vec{i}, \vec{j})$ ثم عين مركز تناظر المنحنى (C_f) .

(3) ا. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = (x-1)^2 + 2$$

ب. فكك الدالة g إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما. ثم

استنتج اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

ج. اشرح كيفية رسم المنحنى (C_g) ثم ارسم (C_g) في

نفس المعلم السابق.

د. استنتج أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن:

$$g(x) \in [2; +\infty[$$

(4) نعتبر الدالة h المعرفة بـ: $h(x) = (f \circ g)(x)$.

ا. بين أن الدالة h معرفة على $\mathbb{R}$.

ب. عين عبارة $h(x)$ بدلالة x .

ج. استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $]-\infty; 1[$ و $]1; +\infty[$.



أبرت آينشتاين: لا تسعى إلى النجاح، وإنما كن ذوقية.

اعتزم وكذ فإن مضيت فلا تقف... وأصبر وثابر فالنجاح محقق.

😊 بالتوفيق في السنة الدراسية 😊