سلسلة تمارين الترتيب-المجالات-القيمة المطلقة

-أستاذ الرياضيات-
عصامي سهيل

التمرين 01:

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كلتا الحالتين:

1. من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم اذا كان $x=(n+1)\sqrt{n}$
و $y=n\sqrt{n+1}$ فان: $\frac{y}{x}\succ 1$
2. اذا كان y عدد حقيقي حيث $y=\frac{2x^2}{1+x^4}$ فانه من كل من $x\in\mathbb{R}$:
$0\le y\le 1$
3. اذا كان $x\in\mathbb{R}_+^*$ فان: $2\sqrt{x}-1\ge x$
4. من كل $n\in\mathbb{N}$ يكون: $2n+1\le\sqrt{4n^2+1}$
5. اذا كان x و y من $\mathbb{R}_+^*$ اذا كان $x\ge y$ فان
$$\sqrt{x+\sqrt{x^2-y^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\sqrt{x-y}+\sqrt{x+y}\right)$$
6. اذا كان $0\prec a\prec 1$ فان العدد $\sqrt{a-2\sqrt{a}+1}-\sqrt{1-\sqrt{a}}^{-2}$
طبيعي

التمرين 02:

أحسب $a-b$ ثم قارن بين a و b في كل حالة مما يلي:

1. $a=\frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ و $b=\frac{4+\sqrt{2}}{7}$
2. $a=\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ و $b=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$
3. x و y من $\mathbb{R}_+^*$: $a=\frac{7x+2y}{7x}$ و $b=\frac{8y}{7x+2y}$
4. x و y من $\mathbb{R}_-^*$: $a=\frac{x}{y}-1$ و $b=1-\frac{y}{x}$

التمرين 03:

1. $n\in\mathbb{N}^*$ قارن بين: $(n+1)^2$ و $n(n+2)$ ثم استنتج مقارنة
بين $\frac{n}{n+1}$ و $\frac{n+1}{n+2}$

2. ليكن x و y من $\mathbb{R}_+^*$ قارن بين:
$\frac{x+y}{2}$ و $\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$ ثم بين $\sqrt{x\times y}$ و $\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$
3. ليكن x من $\mathbb{R}_+^*$
أ. قارن بين $\frac{1}{2x}$ و $\sqrt{x^2+1}-x$
ب. قارن بين $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ و $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}$
ثم استنتج مقارنة بين $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ و $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$

التمرين 04:

I. a و b عددين حقيقين حيث: $a^2+b^2=2$
1) بين ان $(a+b)^2=2(1+ab)$
2) استنتج ان $a+b\succ\sqrt{2}$

II. a و b عددين حقيقين حيث: $a\prec b\prec 3$
1) بين ان $a+b-6\prec 0$
2) قارن العددين $x=a^2-6a+1$ و $y=b^2-6b+1$

III. a و b عددين حقيقين تماما
1) بين ان: $0\prec\sqrt{a+b}-\sqrt{a}\prec\frac{b\sqrt{a}}{2a}$
2) استنتج مقارنة بين العددين $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ و $\frac{\sqrt{5}}{5}$

التمرين 05:

ليكن a عدد حقيقي نضع $x=1+\frac{3}{2}\left(a+\frac{a^2-2a}{6}\right)$
1) بين ان: $x=\left(\frac{1}{2}a+1\right)^2$
2) نفرض ان $-3\le a\le -1$ بين ان $\sqrt{x}\le\frac{1}{2}$
3) عين قيمة a اذا علمت ان $\sqrt{x}=\frac{1}{4}$

التمرين 06:

a و b عددان حقيقيان حيث: $-2 \prec b \prec -1$ و $2 \prec a \prec 3$

1) عين حصرا لـ a^2-1 ، $a-b$ ، $a\times b$ ، $\frac{a}{b}$ ، $\frac{a+b}{2}$ ، $\frac{a^2-1}{b^2+1}$

2) رتب الاعداد a^2-1 ، $\left(a^2-1\right)^2$ ، $\left(a^2-1\right)^3$

3) رتب الاعداد $\frac{a+b}{2}$ ، $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ، $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3$

التمرين 07:

a; b; c; d اربع اعداد حقيقية حيث :

$2.3 < a < 2.4$; $1.4 < b < 1.5$

$-2.1 < c < -2$; $-0.4 < d < -0.3$

عين حصرا للعدد الحقيقي $k = \sqrt{\frac{(a-b)c}{d}}$

التمرين 08:

a و b عددان حقيقيان حيث:

$a = \sqrt{5-\sqrt{4+8\sqrt{5}}}$ و $b = \sqrt{5+\sqrt{4+8\sqrt{5}}}$

1) أحسب $\left(4-\sqrt{5}\right)^2$,

2) أحسب كلا من $a\times b$, a^2+b^2, استنتج قيمة مبسطة للعدد $(a+b)^2$

3) علما أن $2,23 \prec \sqrt{5} \prec 2,24$ عين حصرا للعدد $(a+b)^2$.

التمرين 09:

1) A و B عددان حقيقيان حيث: $A \geq 1$ و $B \geq 1$

بين أن $\sqrt{A}+\sqrt{B} \leq \frac{4}{\sqrt{A}+\sqrt{B}}$.

2) X و Y عددان حقيقيان موجبان تماما بين أن

ا) $\frac{X}{Y}+\frac{Y}{X} \geq 2$ ب) $(X+Y)\left(\frac{1}{X}+\frac{1}{Y}\right) \geq 4$

التمرين 10:

a و b عددان حقيقيان موجبان:

1) بين أن: $\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = 1$

2) عين العدد الحقيقي x بحيث: $\frac{(\sqrt{6}-2)x}{\sqrt{2}} = 1$

3) استنتج مقلوب العدد $\frac{\sqrt{11}+3}{\sqrt{2}}$

التمرين 11:

1) X و Y عددان حقيقيان حيث $1 \prec X \prec 2$ و $-2 \prec Y \prec -1$

عين حصرا للعدد $A = \frac{1}{\sqrt{1-YX^2}}$

2) x و y عددان حقيقيان موجبين بين ان:

$\frac{1}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2xy}$ واستنتج ان $\frac{x+y}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$

التمرين 12:

x عدد حقيقي حيث: $x = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

1) اجعل مقام العدد x عددا ناطقا.

2) عين بطريقتين مختلفتين حصرا للعدد x علما أن:

$2,22 \leq \sqrt{5} \leq 2,23$ و $1,73 \leq \sqrt{3} \leq 1,72$.

التمرين 13:

x و y عددان حقيقيان حيث $1 \leq x \leq 2$ و $\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$

نضع $A = x^2-y^2+x+y$

1) اعط حصرا للعدد A

2) تحقق أن $A = (x+y)(x-y+1)$ ثم استنتج حصرا اخر لـ A

3) استنتج ان $\frac{3}{4} \leq A \leq \frac{29}{4}$

التمرين 14:

اكمل الجدول التالي:

المجال I	المجال J	المجال $I \cap J$	المجال $I \cup J$
$]-3,5]$	$[-4,7]$		
$[-1,+\infty[$	$[-5,0[$		
$]-\infty,2]$	$[2,+\infty[$		
$[0,6[$	$]-\infty,0[$		

التمرين 15:

أكتب دون رمز القيمة المطلقة الأعداد التالية: $\left|2-\sqrt{3}\right|$ ، $\left|\sqrt{2}-2\right|$ ،

$\left|-2-\pi\right|$ ، $\left|\sqrt{5}-\sqrt{7}\right|$ ، $\left|6-2\sqrt{5}\right|$ ، $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ ، $\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}$ ،

$\left|\pi-3\right|+\sqrt{(\pi-4)^2}$ ، $\left|4-2\sqrt{2}\right|-\left|5-3\sqrt{3}\right|+\left|9-5\sqrt{3}\right|$

$\left|16-8a+a^2\right|$ ، $\left|10^{-2024}-10^{-2023}\right|$

www.dzexams.com

-أستاذ الرياضيات-
عصامي سهيل

التمرين 16:

لتكن المجموعتان A و B حيث:

$$A=\{x\in R:|x+1|\le 5\},\ B=\{x\in R:d(x;2)\prec 4\}$$

1) أكتب كلا من A و B على شكل مجال.

2) عين المجموعتين: $A\cup B$ و $A\cap B$.

التمرين 17:

A و B مجموعتان حيث: $A=\{x\in R:|2x+1|\succ 2\}$

$B=\{x\in R:|2x+1|\le 3\}$.

1) أكتب كلا من A و B على شكل مجال.

2) استنتج قيم العدد الحقيقي x التي تحقق: $2\prec|2x+1|\prec 3$

التمرين 18:

أكمل الجدول التالي:

المجال	$[-3;2]$	$[-0,1;-0,2]$	$[\pi-1;\pi+1]$
طول المجال			
مركز المجال			

التمرين 19:

أكمل الجدول التالي:

الحصر	المجال	المسافة	القيمة المطلقة
$-6\le x\le -2$			
	$x\in\ ]-5;1[$		
		$d(x;3)\prec 7$	
			$\lvert x+5\rvert\le 3$

التمرين 20:

على المستقيم العددي علم النقطتين A و B ذات الفاصلتين -3 ,3 على الترتيب، M نقطة متحركة فاصلتها x. عين مواضع (أو موضع) النقطة M ثم استنتج قيم x في كل حالة من الحالات التالية:

1) $|x+3|=|x-3|$ 2) $|x+3|+|x-3|=8$

3) $|x+3|=2|x-3|$ 4) $|x-3|\prec|x+3|$

5) $|x+3|=2$ 6) $|x-3|\ge 2$

التمرين 21:

x و y عددين حقيقين حيث: $x\ge\frac{1}{2}$ ، $y\le 1$ و $x-y=3$

1) احسب قيمة E حيث $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$

2) بين ان $\frac{1}{4}\le x\le 4$ وأن $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

3) أحسب قيمة $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

التمرين 22:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات والمتراجحات التالية:

$|x|=\sqrt{2}$, $|x-1|=3$, $|x+2|=\frac{3}{2}$, $|2x-1|=3$, $|x|\prec 2$,

$|x-3|=|x+5|$, $|3x+1|\le 5$, $|x-2|\le 4$, $|x|\ge 4$,

$|x+4|+|x-5|=9$ ، $|-x+3|=|2x-1|$ .. ، $|x-4|\ge 2$

التمرين 23:

1. حل في $\mathbb{R}-\{1,3\}$ المتراجحة: $\left|\frac{2}{(x-2)^2-1}\right|\le\left|\frac{1}{x-1}\right|$

2. حل في $\mathbb{R}-\{3\}$ المتراجحة: $\sqrt{|(x-2)^2-1|}\le\sqrt{|x^2-6x+9|}$

3. حل في $\mathbb{R}$: $7\prec|x+2|+|x-5|\le 11$

$|2x-5|+6\sqrt{|2x-5|}-16=0$ ، $\left||x|-\frac{5}{\sqrt{5}}\right|-\sqrt{5}=0$

التمرين 24:

x عدد حقيقي، نعتبر العبارة: $p(x)=\sqrt{(2x-4)^2}-|1-x|$

$p(-1)$ $p(\sqrt{2})$ $p(\pi)$

1) أحسب $p(x)$,

2) أكتب $p(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) عين قيمة x بحيث: $1\le x\le 2$ و $p(x)\ge 2x$

4) عين قيمة بحيث: و

التمرين 25:

a و b عددين حقيقيين حيث: $0\prec a\prec b$

1. بين أن $a\prec\frac{a+b}{2}\prec b$ و $a\prec\sqrt{ab}\prec b$

2. قارن بين $\frac{a+b}{2}$ و $\sqrt{ab}$

3. بين ان: $\sqrt{ab}^2-\left(\frac{2ab}{a+b}\right)^2=\frac{ab(a-b)^2}{a^2+b^2}$ ثم عين اشارة الفرق

$\sqrt{ab}^2-\left(\frac{2ab}{a+b}\right)^2$

4. استنتج مقارنة بين العددين $\frac{2ab}{a+b}$ و $\sqrt{ab}$ ثم رتب الاعداد التالية:

$\sqrt{ab}$ ، $\frac{2ab}{a+b}$ ، $\frac{a+b}{2}$

www.dzexams.com

التمرين 26:

1) عبر عن المجال $I=[2,4]$ بالقيمة المطلقة ثم بالمسافة

ليكن x عدد حقيقي حيث: $A=|x-1|-2$ و $B=\dfrac{x^2-2x-3}{|x-1|+2}$

2) عين مجالا J لقيم x حيث $A\langle 0$

3) عين $I\cap J$ و $I\cup J$

4) بين أن $A=B$

التمرين 27:

a و b عددان حقيقيان حيث: $a\in]2;b]$

نضع $A=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ و $B=\sqrt{a-2}-\sqrt{b-2}$.

1) عين إشارة كلا من A و B.

2) بين أن $\dfrac{A}{B}=\dfrac{\sqrt{a-2}+\sqrt{b+2}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

3) استنتج أن $\dfrac{A}{B}\in]0;1]$ ثم قارن بين A و B.

4) قارن بين العددين $X=\sqrt{17}-\sqrt{15}$ و $Y=\sqrt{15}-\sqrt{13}$.

التمرين 28:

بفرض x عدد حقيقي موجب تماما نضع:

$A=\sqrt{1+x}$, $B=1+\dfrac{x}{2}$, $C=\dfrac{x^2}{8}+\sqrt{x+1}$.

1) بين أن كلا من A و B و C أكبر تماما من 1.

2) قارن بين A^2 و B^2 واستنتج أن: $\sqrt{1+x}\prec 1+\dfrac{x}{2}$

3) بين أن $C^2-B^2=\dfrac{x^2}{4}\left(\sqrt{1+x}+\dfrac{x^2}{16}-1\right)$.

4) قارن بين B^2 و C^2

5) استنتج أن $1+\dfrac{x}{2}-\dfrac{x^2}{8}\prec\sqrt{x+1}\prec 1+\dfrac{x}{2}$.

6) دون استعمال الحاسبة عين حصرا للعدد $\sqrt{1,0002}$.

التمرين 29:

ليكن $x=3\left(1-\sqrt{3}\right)^2-7\left(1-\sqrt{3}\right)-6$ و $y=\dfrac{2-\sqrt{12}+\sqrt{48}}{4}$

1) اثبت ان $y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ و $x=\sqrt{3}-1$ ثم استنتج أن x هو مقلوب y

2) أحسب قيمة العدد z حيث: $z=2x^{2021}\times y^{2022}-x^{2022}\times y^{2021}$

التمرين 30:

x عدد حقيقي , نعتبر العبارة: $p(x)=\sqrt{(2x-4)^2}-|1-x|$

1) أحسب $p(0)$, $p(2)$, $p(-1)$, $p(\sqrt{2})$, $p(\pi)$.

2) أكتب $p(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

3) عين قيمة x بحيث: $x\geq 2$ و $p(x)=2x$.

4) عين قيمة x بحيث: $1\leq x\leq 2$ و $p(x)\geq 2x$

التمرين 31:

x عدد حقيقي حيث: $x\geq 1$ ليكن $A=\sqrt{1+\dfrac{1}{x}}$

1) بين ان $x(A+1)(A-1)=1$

2) بين ان $2\leq A+1\leq 3$

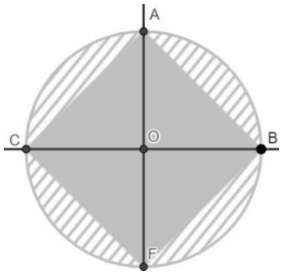
3) استنتج ان $1+\dfrac{1}{3x}\leq A\leq 1+\dfrac{1}{2x}$ ثم استنتج حصرا لـ $\sqrt{1.2}$

التمرين 32:

إذا علمت أن: $3,14\leq\pi\leq 3,15$

ونصف القطر α في الشكل يحقق:

$80\leq\alpha\leq 81$.



1) عين حصرا للضلع $[AB]$

2) عين حصرا لمساحة الدائرة

3) استنتج حصرا للجزء المهشر.

التمرين 33:

بئر على شكل اسطوانة دائرية قاعدته دائرة (C) نصف قطرها R ارتفاعه H

حيث $1.7\leq R\leq 1.8$ ، $21.2\leq H\leq 21.3$ و $3,14\leq\pi\leq 3,15$

(الوحدة بالمتر وفي كل مما يلي تعطي النتائج مدورة الى 10^{-2})

1) عين حصرا لحجم البئر

2) ملأنا ثلاثة أرباع من حجم البئر ماء عين حصرا لحجم الماء. ثم عين حصرا لارتفاع الماء في هذه الحالة

3) هل سعة البئر كافية لتفريغ 10 صهاريج ماء سعة كل منهم $22m^3$

www.dzexams.com