



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء, ثلاثة حمراء وكرتين سوداوين متشابهة لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق. نعتبر الحادثتين : A "الحصول على كرة حمراء واحدة فقط", B "الحصول على كرة بيضاء على الأقل".

(1) بين أن : $P(A) = \frac{1}{2}$, ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B .

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات الحمراء المسحوبة. (أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

(ب) بين أن : $P(X=0) = \frac{1}{6}$ و $P(X=2) = \frac{3}{10}$

(3) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$

(4) أحسب الانحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(1) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$

من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-2-x) = f(x)$

(2) (u_n) متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول u_0 حيث $u_0 = e^{-\frac{1}{2}}$, نضع من أجل كل عدد طبيعي n ,

$\frac{n^2+1}{2}$ يساوي S_n , $S_n = \ln(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)$

(3) الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x^2}$, دالتها الأصلية G على المجال

$]0; +\infty[$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1 معرفة بـ : $G(x) = x^2 + x - \frac{1}{x} - 1$

(4) يتكون فريق عمل من 4 اناث و 3 ذكور, يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء. احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو: $\frac{6}{7}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أ. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = \alpha$ (α عدد حقيقي) ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{46}{47}u_n + 43$$

جد قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II. نفرض أن : $\alpha = 2022$

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $V_n = U_n - 2021$

(1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(2) أكتب عبارة v_n بدلالة n , ثم استنتج u_n بدلالة n .

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(4) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n , $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$,

- أحسب S_n بدلالة n , ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.31 < \alpha < 1.32$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$, (C_f) المنحني الممثل

للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى هندسيا .

(2) أثبت أن المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلته .

(3) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمستقيم (D) .

(4) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(5) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها.

(6) أثبت أن : $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$, ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(7) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .

(8) أنشئ (T) والمنحني (C_f) .

(9) نسمي $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحني (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتهما

$$x = e \text{ و } x = \alpha$$

$$A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2 \text{ cm}^2 \text{ - بين أن :}$$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

- جمعية خيرية تتكون من 7 رجال و 5 نساء من بينهم رجل اسمه أنس , نريد تشكيل لجنة بها 3 أعضاء.
- (1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في حالة أعضاء اللجنة لهم نفس المهام.
 - (2) أحسب احتمال الحوادث التالية : A " اللجنة تضم أنس "
 - B " اللجنة تتكون من رجلين و امرأة "
 - C " اللجنة بها رجل واحد على الأقل "
 - D " اللجنة مكونة من امرأة على الأكثر " .
 - (3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال الذين يحملون اسم أنس في اللجنة المكونة .
 (أ) عين قيم المتغير X .
 (ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة, عينه مع التعليل .
- (1) الدالة الأصلية F والتي تحقق $F(1)=0$ للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي الدالة :
 (أ) $F(x) = x - 1 + \ln x$ (ب) $F(x) = 1 - x + \ln x$ (ج) $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$
 - (2) الحل العام للمعادلة التفاضلية $y' + 3y = \frac{5}{2}$ هو الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
 (أ) $y = ce^{3x} + \frac{5}{6}$ (ب) $y = ce^{-3x} - \frac{5}{6}$ (ج) $y = ce^{-3x} + \frac{5}{6}$
 - (3) في قسم نهائي 30% متفوقين في مادة الرياضيات و 35% متفوقين في مادة العلوم الفيزيائية و 10% متفوقين في المادتين معا . احتمال أن يكون التلميذ متفوقا في مادة الرياضيات علما أنه متفوق في مادة العلوم الفيزيائية هو:
 (أ) $\frac{2}{7}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{2}{13}$
 - (4) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \ln(n+2) - \ln(n+1)$
 من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ يساوي :
 (أ) $\ln(n+2)$ (ب) $-\ln(n+1)$ (ج) $1 - \ln(n+1)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 0$ والعلاقة التراجعية: $u_{n+1} = \frac{2}{2\sqrt{2} - u_n}$
- (1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < \sqrt{2}$
 - (2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة، ثم استنتج أنها متقاربة وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 - (3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{u_n}{\sqrt{2} - u_n}$
 (أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحددها الأول.

(ب) أكتب v_n بدلالة n , واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

(4) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \ln(u_n)$, وليكن المجموع :

$$S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$$

$$S_n = \frac{1}{2} n \ln 2 - \ln(n+1) \quad \text{-بين أن :}$$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^2 e^x - e$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب

إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (كما في الشكل المقابل)

(1) احسب $g(1)$

(2) بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة

$g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم

المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب النهايات الآتية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$,

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, ثم فسر النتائج هندسيا

(2) بيّن أن المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$

والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$ و $-\infty$, ثم

ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ)

(3) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم لدينا:

$$f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$$

(4) استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1; 0]$ و $[0; +\infty]$ ومتناقصة تماما على

المجال $]-\infty; -1]$, ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(5) بيّن كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة e^x , ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين

(γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق

(III) احسب A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و (γ) والمستقيمت ذات المعادلات $x = e$ و $x = e^2$

