

المدة : 120 min

الجزء الأول : 12 نقطة

التمرين الأول : 02.5 نقاط

- (1) اوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1729 و 1547 باستعمال خوارزمية إقليدس .
- (2) اكتب $\frac{1547}{1729}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .
- (3) احسب العبارة A ثم أعط الناتج في أبسط شكل ممكن : $A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1547}{1729}$

التمرين الثاني : 03 نقاط

- B و C عددان حقيقيان حيث : $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$ و $C = \frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3}}$
- (1) بسط العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث : a عدد طبيعي .
 - (2) اجعل العدد C على شكل كسر مقامه عدد ناطق .
 - (3) أوجد حلول المعادلة التالية : $\frac{x+1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{x-1}$

التمرين الثالث : 03 نقاط

- E عبارة جبرية حيث : $E = 9x^2 + 24x + 16 + (6x - 3)(3x + 4)$
- (1) تحقق من صحة المساواة التالية : $(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$
 - (2) حلّ العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .
 - (3) أحسب قيمة E من أجل : $x = \frac{1}{3}$

التمرين الرابع : 03.5 نقاط

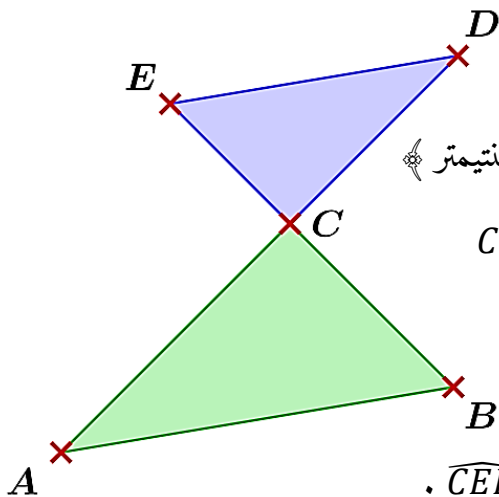
اليك الشكل المقابل غير مرسوم بالأطوال الحقيقية * وحدة الطول هي السنتيمتر *

$AC = 18$ و $BC = 7,5$ و $ED = 13$ و $DC = 12$ و $CE = 5$

(1) بين أن : $(AB) \parallel (DE)$.

(2) برهن أن المثلث CED قائم في C .

(3) أحسب $\tan \widehat{CED}$ ثم استنتج بالتدوير إلى الوحدة قيس الزاوية $\widehat{CED}$.



الوضعية الإدماجية : 08 نقاط

"كاميرا السبايدر" أو كما تُسمى الكاميرا العنكبوتية هي أحدث ما وصلت إليه تكنولوجيا النقل التلفزيوني الرياضي في مباريات كأس العالم لكرة القدم وذلك عبر رصد انتشار وابعاد الحركة الفنية للاعبين داخل الملعب بدقة عالية .

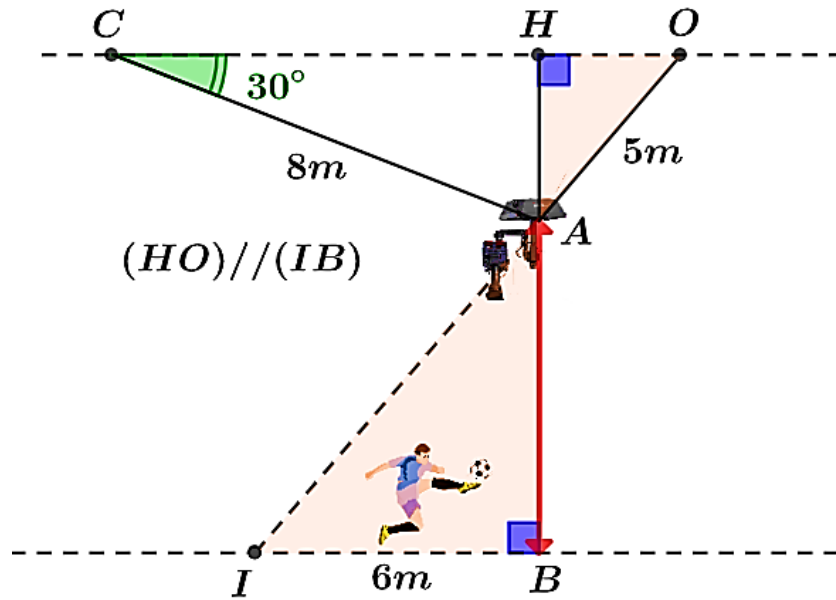
الجزء الأول :

- تتميز هذه الكاميرا بحركتها السريعة لجميع زوايا الملعب الرياضي ، ولضمان ذلك خصص لها عتاد من 384 قطعة غيار و 832 بطارية ليثيوم ، علماً أن عملها يستوجب نفس عدد من قطع الغيار و البطاريات في المباراة الواحدة .
- ما هو أكبر عدد من مباريات التي يمكن تصويرها بهذه العتاد ؟
 - ما هو عدد قطع الغيار و عدد البطاريات المستعملة في كل مباراة ؟

بطاريات ليثيوم : وهي نوع من البطاريات القابلة للشحن وحيث تتحرك فيها أيونات الليثيوم بين الأنود والكاثود

الجزء الثاني : تعطى النتائج بالتدوير إلى الوحدة

تشييد الكاميرا العنكبوتية داخل الملعب يتطلب رؤية هندسية دقيقة خاصة أثناء المباريات ، حيث أنها تحتاج إلى تهيئة قواعد وممرات حديدية مرنة معلقة في جميع أرجاء واتجاهات الملعب - كما هو موضح في مخطط أسفله -



- اوجد الطول AB ارتفاع الكاميرا أثناء التصوير .

الحياة مليئة بالحجارة فلا تتعثر بها، بل إجمعها و إبن بها سلماً تصعد به نحو النجاح

حل التمرين 01 : (02.5 ن)

(1) البحث عن $PGCD(1729; 1547)$

$$1729 = 1547 \times 1 + 182$$

$$1547 = 182 \times 8 + 91$$

$$182 = 91 \times 2 + 00$$

$$\text{ومنه : } PGCD(1729 ; 1547) = 91$$

(2) إختزال الكسر :

$$\frac{1547 \div 91}{1729 \div 91} = \frac{17}{19}$$

(3) حساب العبارة A

$$A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1547}{1729}$$

$$A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{17}{19}$$

$$A = \frac{3 \times 19}{2 \times 19} + \frac{17}{38}$$

$$A = \frac{57 + 17}{38}$$

$$A = \frac{74 \div 2}{38 \div 2} = \frac{37}{19}$$

حل التمرين 02 : (03 ن)

(1) تبسيط العبارة B :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$$

$$B = \sqrt{3 \times 10^2} - 4\sqrt{3 \times 3^2} + 6\sqrt{3}$$

$$B = 10\sqrt{3} - 4 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$

$$B = (10 - 12 + 6)\sqrt{3}$$

$$B = 4\sqrt{3}$$

(2) جعل C على شكل كسر مقامه عدد ناطق

$$C = \frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{\sqrt{3}^2 + 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2}$$

$$C = \frac{3 + 5\sqrt{3}}{3}$$

(3) حل المعادلة :

$$(x + 1)(x - 1) = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)$$

$$x^2 - 1 = \sqrt{3}^2 - 1$$

$$x^2 = 3$$

$$\text{ومنه للمعادلة حلين هما : } \sqrt{3} \text{ و } -\sqrt{3}$$

حل التمرين 03 : (03 ن)

(1) تحقق من صحة المساواة :

بتطبيق المتطابقة الشهيرة مربع المجموع

$$\text{نجد : } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(3x + 4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2$$

$$(3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$$

ومنه نستنتج أن المساواة صحيحة .

(2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين

$$\text{مما سبق لدينا : } (3x + 4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$$

$$E = (3x + 4)^2 + (6x - 3)(3x + 4)$$

$$E = (3x + 4)[(3x + 4) + (6x - 3)]$$

$$E = (3x + 4)(3x + 6x + 4 - 3)$$

$$E = (3x + 4)(9x + 1)$$

(3) حساب E من أجل $x = \frac{1}{3}$

بالتعويض قيمة x في العبارة E نجد :

$$E = \left(3 \times \frac{1}{3} + 4\right) \left(9 \times \frac{1}{3} + 1\right)$$

$$E = (1 + 4)(3 + 1)$$

$$E = 5 \times 4 = 20$$

حل التمرين 04 : (03.5 ن)

(1) تبيان أن $(DE) \parallel (AB)$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \text{ و } \frac{BC}{EC} = \frac{7,5}{5} = \frac{3}{2}$$

النقط في استقامة و على نفس الترتيب و منه حسب

خاصية العكسية لطاليس نستنتج أن $(DE) \parallel (AB)$

(2) برهان أن المثلث CED قائم في C

لدينا المثلث CED و منه :

$$ED^2 = 13^2 = 169 \dots (1)$$

$$CE^2 + CD^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \dots (2)$$

ومنه نستنتج حسب خاصية فيثاغورس العكسية

أن المثلث CED قائم في C .

(3) حساب $\widehat{CED}$ ثم استنتج $\widehat{CED}$

$$\tan \widehat{CED} = \frac{CD}{EC} = \frac{12}{5} = 2,4$$

$$\widehat{CED} = \tan^{-1}(2,4) \approx 67^\circ$$

حل وضعية الإدماجية (8 ن)الجزء الأول : (03 ن)(1) إيجاد أكبر عدد من المبارياتنحسب : $PGCD(832; 384)$

$$832 = 384 \times 2 + 64$$

$$384 = 64 \times 6 + 00$$

و منه نجد أن أكبر عدد من المباريات التي يمكن

تصورها بهذا العدد هو : 64 مباراة .

(2) عدد قطع الغيار وعدد البطاريات المستعملةفي كل مباراة :

عدد قطع الغيار	عدد البطاريات
$384 \div 64 = 6$	$832 \div 64 = 13$

و منه عدد قطع الغيار في كل مباراة هو : 6

الجزء الثاني : (05 ن)(1) حساب طول HA

لدينا مثلث AHC قائم في H و منه نكتب :

$$\sin 30^\circ = \frac{HA}{CA}$$

$$HA = \sin 30^\circ \times CA$$

$$HA = \sin 30^\circ \times 8$$

$$HA = 0,5 \times 8$$

$$HA = 4$$

و منه طول $HA = 4 m$ (2) حساب طول HO

لدينا مثلث AHO قائم في H و منه بتطبيق خاصية

فيثاغورس نكتب المساواة التالية :

$$AO^2 = HO^2 + HA^2$$

$$HO^2 = AO^2 - HA^2$$

$$HO^2 = 5^2 - 4^2$$

$$HO^2 = 25 - 16$$

$$HO = \sqrt{9}$$

$$HO = 3$$

و منه طول $HO = 3 m$ (3) حساب طول AB

لدينا المثلثين AIO و AHB في وضعية طاليس حيث:

$$\begin{cases} (HO) \parallel (IB) \\ A \in (IO) \\ A \in (HB) \end{cases}$$

و منه حسب خاصية طاليس نكتب المساواة التالية :

$$\frac{AH}{AB} = \frac{AO}{AI} = \frac{HO}{BI}$$

إذن نجد :

$$AB = \frac{BI \times AH}{HO} = \frac{6 \times 4}{3} = 8$$

و منه إرتفاع الكاميرا هو : $AB = 8 m$

هناك عدة طرق لحساب طول AB و لهذا لكل تلميذ

الحرية في إستعمال الطريقة التي يراها مناسبة له .