

المدة: ثلاث ساعات

المستوى والشعبة: ثالثة علوم تجريبية

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط ونصف)

كيس به 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربعة بيضاء مرقمة من بـ: 1، 0، 1، -1، وثلاثة حمراء مرقمة بـ: 1، 0، -1، وكرتان سوداوان مرقمة بـ: -1، 0،

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتان على التوالي وبدون ارجاع.

1. شكل شجرة الاحتمال الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين التاليتين:

أ) بالاعتماد على ألوان الكرات
ب) بالاعتماد على أرقام الكرات.

2. أحسب احتمال الحوادث التالية:

الحادثة A: "سحب كرتين من نفس اللون"، الحادثة B "سحب كرة حمراء على الأكثر"، الحادثة C "سحب كرتين من نفس الرقم"

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.

ب. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضيائي $E(X)$.

ج. أحسب التباين $V(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

$$1. \text{ مجموعة حلول المعادلة } \left(\frac{z+3-2i}{iz-i} \right)^2 = -1 \text{ في المجموعة } \mathbb{C} \text{ هي } S = \{-1+i\}$$

$$2. \text{ من أجل كل عدد مركب } z: \text{ إذا كان } |z|=1 \text{ فإن } \bar{z} = \frac{1}{z}$$

$$3. \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n: \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{6n} = (-1)^n$$

$$4. \text{ من أجل كل عدد حقيقي } \theta: \text{ إذا كان } Z = (\sin \theta - i \cos \theta)(\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\text{فإن: } \arg(Z) = 2\theta - \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \text{ حيث } k \in \mathbb{Z}$$

التمرين الثالث: (04 نقاط ونصف)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

نعتبر f الدالة المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ ، و (C_f) المنحني الممثل لها، (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الى الوثيقة المرفقة)

(I) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$.

(II) (u_n) متتالية معرفة بجدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 5$.

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة؟

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) عبّر عن v_n و u_n بدلالة n ثم عين نهاية المتتالية (u_n) .

(5) أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0+1} + \frac{1}{u_1+1} + \dots + \frac{1}{u_n+1}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 1 - 2\ln x$.

1/ ♦ أدرس تغيرات الدالة g .

2/ ♦ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ ♦ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

2/ ♦ برهن أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (إرشاد : ضع $t = \sqrt{x}$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$).

3/ ♦ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$.

♦ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

♦ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$.

4/ ♦ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

♦ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

5/ ♦ ارسم (Δ) و (C_f) علما أن $f(0.5) \simeq 1.5$ ، $f(1) = 2$ و $f(2) \simeq 2.25$.

6/ ♦ نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $] -\infty; 0[$ بـ : $h(x) = f(-x)$.

- اشرح كيفية رسم المنحني (C_h) انطلاقا من المنحني (C_f) ثم ارسمه في المعلم السابق.

