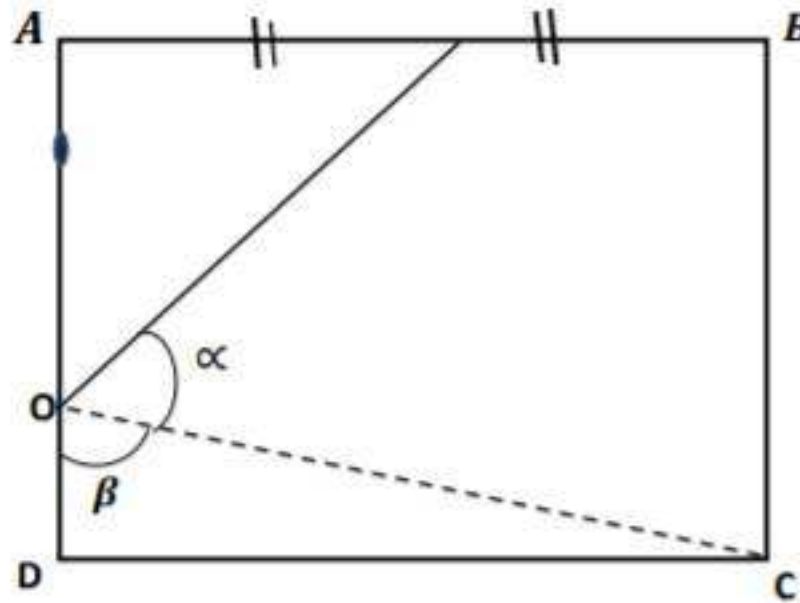


الثلاثاء 30 افريل 2024
الفرض الاول للفصل الثالث

التمرين الأول:



$ABCD$ مربع طول ضلعه هو $6cm$ و الطول القطعة المستقيمة $[OD] = 2cm$.
(1) انطلاقا من الخاصية التالية :

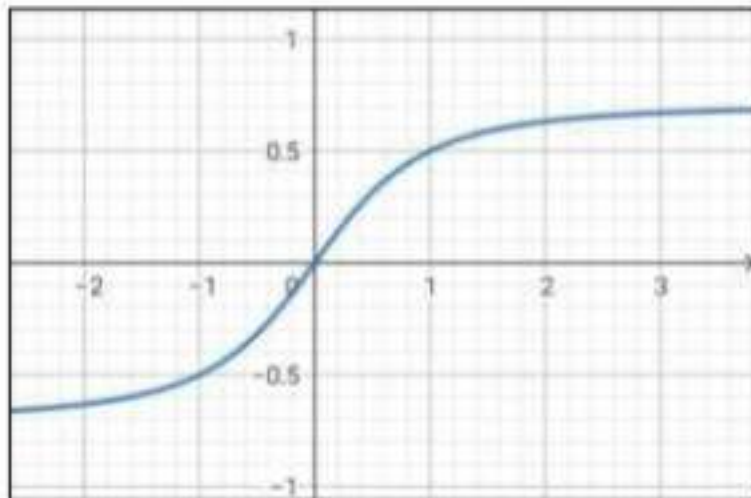
$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan(\alpha) + \tan(\beta)}{1 - \tan(\alpha) \tan(\beta)}$$

← اثبت ان الزاويتين α و β انهما متقايستين . موضحا جميع الخطوات من الاول الى الأخير .
← هل يوجد على الأقل مثلثين متقايسين مع التعليل .

التمرين الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{a} \sqrt{a(x^2 + 1)}$ حيث $(a \in \mathbb{R}^+)$.

الوثيقة المقابلة تمثل تغيرات دالة f' مشتقة الدالة f .



• المطلوب :

(1) بقرأة بيانية عين ما يلي :

(أ) $f'(-1)$, $f'(0)$.

(ب) جد قيمة العدد الحقيقي a .

(ت) استنتج شفعية الدالة f' .

(2) استنتج إشارة الدالة $f'(x)$.

(3) شكل جدول التغيرات الدالة $f(x)$.

(4) استنتج إشارة $f(x)$.

(5) اثبت انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$ فان : $f(-x) + f(x) = \sqrt{2}$. ثم فسر ذلك هندسيا .

(6) ارسم المنحنى (C_f) بدقة .

(7) ناقش حسب قيم الوسيط حلول المعادلة : $\frac{x-1}{m-1} = \frac{m+1}{x+1}$.

(8) اثبت ان المعادلة $f(x) = |m^m| - 1$ تكافئ ان : $|x| = \sqrt{2m^{2m} - 4|m^m| + 1}$ استنتج حلول

$$\bullet \begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}} \end{cases}$$

- (أ) احسب اربع حدود الاولى . يطلب تبسيط النتيجة .
 (ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فان $u_n > 1$.
 (ت) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج ؟
 (9) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$: $V_n = U_n^2 - 1$.
 (أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
 (ب) استنتج عبارة المتتالية (u_n) . ثم جد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 (ت) نعتبر المجموع التالي :

$$S_n = \frac{84}{u_1^2 - 1} + \frac{336}{u_2^2 - 1} + \dots + \frac{21 \times 4^n}{U_n^2 - 1}$$

$$S'_n = \frac{1}{2^3 \times 11 \times 23} \times \frac{1}{2^6 \times 11^2 \times 23^2} \times \dots \times \frac{1}{2^{3n} \times 11^n \times 23^n}$$

$$p_n = 7 \times (s_1 \times s'_1 \times s_2 \times s'_2 \times \dots \times S_n \times S'_n)$$

- (1) جد كل من s_n و S'_n بدلالة n .
 (2) بين انه من اجل كل $n \in \mathbb{N}^*$ فان : $p_n = (8^{n+2} - 56n - 64)2024^{-\frac{n(n+1)}{2}}$.

بالتوفيق لكم