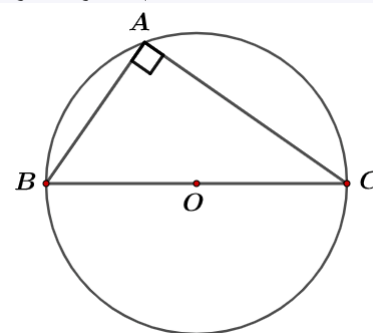


الدائرة المحيطة بمثلث قائم + المتوسط المتعلق بوتره

الدائرة المحيطة بمثلث قائم

خاصية 01

إذا كان مثلث قائما، فإن وتره قطر للدائرة المحيطة به.



خاصية 02

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرا للدائرة المحيطة به، فإن هذا المثلث قائم.

نتيجة

مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم هو منتصف وتره

المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم

خاصية 01

إذا كان مثلث قائم، فإن طول المتوسط المتعلق بوتره يساوي نصف طول هذا الوتر.
بتعبير آخر: إذا كان مثلث قائم في A و M منتصف [BC] فإن $AM = \frac{1}{2}BC$

خاصية 02

إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع مساويا لنصف طول هذا الضلع، فإن هذا المثلث قائم.

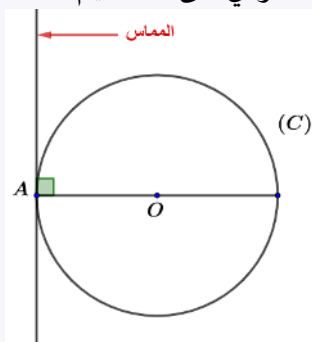
المماس في دائرة

المماس في دائرة هو مستقيم يبعد عن مركزها بمسافة مساوية لنصف قطرها. أو هو مستقيم يشترك مع الدائرة في نقطة وحيدة فقط.

خاصية المماس في دائرة

خاصية

المماس في دائرة هو مستقيم يعامد حامل القطر في نقطة من هذه الدائرة.
بتعبير آخر: (C) دائرة مركزها O، A نقطة من الدائرة (C)، المماس للدائرة (C) في النقطة A هو المستقيم العمودي على المستقيم (OA) في النقطة A.



$$HF^2 = EF^2 + EH^2$$

$$HF^2 = 8^2 + 6^2$$

$$HF^2 = 64 + 36$$

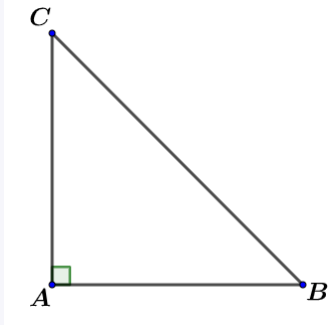
$$HF^2 = 100$$

$$HF = 10$$

الخاصية العكسية لفيثاغورس

خاصية

إذا كان في مثلث، مربع طول أطول أضلاعه مساويا لمجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين فإن هذا المثلث قائم في الرأس المقابل لأطول ضلع فيه.
بتعبير آخر: إذا كان ABC مثلث بحيث $BC^2 = AB^2 + AC^2$ فإن المثلث ABC قائم في A

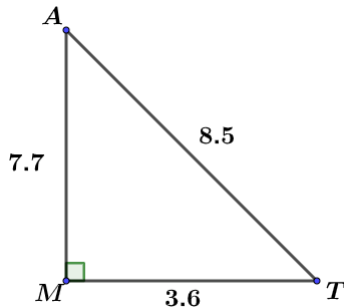


ملاحظة

تسمح الخاصية العكسية لفيثاغورس بإثبات أن مثلثا قائما علمت أطوال أضلاعه الثلاثة.

مثال

MAT مثلث حيث: $MA = 7.7$ ، $MT = 3.6$ و $AT = 8.5$
المطلوب إثبات أن المثلث MAT قائم في M .



نقارن بين مربع طول أطول ضلع ومجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين، أي بين AT^2 و $MA^2 + MT^2$

$$AT^2 = 8.5^2 = 72.25$$

$$MA^2 + MT^2 = 7.7^2 + 3.6^2 = 59.29 + 12.96 = 72.25$$

$$AT^2 = MA^2 + MT^2 \text{ ومنه نستنتج أن } AT^2 = MA^2 + MT^2$$

وبالتالي حسب خاصية فيثاغورس العكسية فإن المثلث MAT

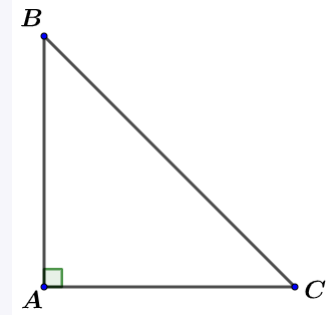
ملاحظة

كل مستقيم يعامد حامل قطر دائرة في نقطة منها فهو مماس لهذه الدائرة.
بتعبير آخر: كل مستقيم بعده عن مركز دائرة يساوي نصف قطرها هو مماس لهذه الدائرة.

خاصية فيثاغورس

خاصية

إذا كان مثلث قائم، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين القائمين،
بتعبير آخر: إذا كان ABC مثلث قائم في A فإن: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

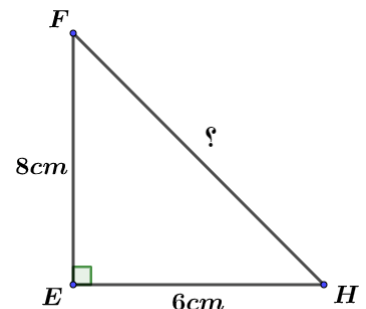


ملاحظات

☆ خاصية فيثاغورس لا تطبق إلا في المثلثات القائمة.
☆ تسمح خاصية فيثاغورس بحساب طول ضلع في مثلث قائم إذا علمنا طولي الضلعين الآخرين.
☆ تسمح خاصية فيثاغورس بالتحقق بأن المثلث غير قائم، إذا كان مربع طول أطول أضلاعه لا يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين.

مثال

EHF مثلث قائم في E حيث $EH = 6cm$ ، $EF = 8cm$
المطلوب حساب الطول HF



لدينا EHF مثلث قائم في E بتطبيق خاصية فيثاغورس نجد:

يجب التأكد أولاً من الوضع Mode Degrés لإستعمال الللمسة $\cos^{-1}$ ، نضغط على $\text{shift} + \cos$ أو $2^{\text{ndf}} + \cos$ تبعاً لنوع الحاسبة.

قائم في M .

جيب تمام زاوية حادة

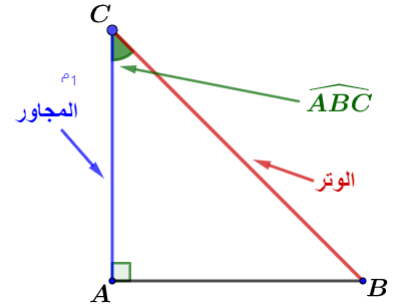
جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم

خاصية

جيب تمام زاوية حادة $\cos$ في مثلث قائم يساوي حاصل قسمة طول الضلع المجاور لها على طول الوتر
 جيب تمام زاوية حادة $(\cos) = \frac{\text{طول الضلع المجاور لهذه الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$

مثال

لدينا ABC مثلث قائم في A حيث $AB = 4\text{cm}$ ، $BC = 5\text{cm}$



حساب $\cos(\widehat{ABC})$

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5} = 0.8$$

إستعمال الآلة الحاسبة

يمكن إستعمال الآلة الحاسبة العلمية لحساب:
 القيمة المضبوطة أو قيمة مقربة لجيب تمام زاوية علم
 قياسها بإستعمال الللمسة $\cos$

مثال

لحساب $\cos(50^\circ)$ نضغط على $\cos$ ثم (50°)

فنجد $\cos(50^\circ) \approx 0.6427$

القيمة المضبوطة أو قيمة مقربة لزاوية علم جيب تمامها
 بإستعمال الللمسة $\cos^{-1}$

مثال

لإيجاد قياس الزاوية التي جيب تمامها 0.6 نضغط على

فنجد $\cos^{-1}$ + 0.6 وبالتدوير إلى

الوحدة يكون قياس الزاوية هو 53°

تمرين 01

(C) دائرة قطرها $[EF]$ ، G نقطة من الدائرة (C) حيث:
 $FG = 3cm$ ، $EF = 5cm$

1 أنشئ الشكل

2 أثبت ان المثلث EFG قائم في G .

3 احسب الطول EG .

تمرين 02

أنشئ المثلث ABC حيث $AB = 3cm$ ، $AC = 4cm$ ، $BC = 5cm$

1 أثبت أن المثلث ABC قائم في A .

2 عين النقطة D منتصف الضلع $[AC]$ ثم أنشئ الدائرة (C) التي مركزها D ونصف قطرها $[AC]$

★ ما هو بعد النقطة D عن المستقيم (AB) ؟

★ ما هي وضعية كل من المستقيمين (AB) و (BC) بالنسبة للدائرة (C) ؟ برر

تمرين 03

$ABCD$ مستطيل حيث $AB = 7cm$ و $AD = 4cm$ ،
 E نقطة من $[DC]$ و $CE = 2cm$

1 أنشئ المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة E ويعامد (DC)

2 أنشئ الدائرة (C) التي مركزها C ونصف قطرها $2cm$

3 ما هو بعد النقطة C عن المستقيمين (Δ) و (AD) .

4 ما هي وضعية المستقيمين (Δ) و (AD) بالنسبة للدائرة (C) ؟ علّل إجابتك.

تمرين 04

(C) دائرة مركزها O وقطرها $BC = 5cm$ ، A نقطة من الدائرة (C) حيث $AC = 3cm$

1 أنشئ الشكل بدقة

2 أثبت أن المثلث ABC قائم في A .

3 احسب الطول AB

تمرين 05

4 أنشئ النقطة M نظيرة B بالنسبة لـ C .
 ★ أثبت أن $(AC) \parallel (MN)$ ، استنتج الطول MN

★ ما نوع المثلث MNB ؟ علّل.

تمرين 06

EFG مثلث قائم في F بحيث $EF = 4.5cm$ و $\widehat{FEG} = 25^\circ$

1 أنشئ الشكل

2 احسب الطول EG (تعطى ابلنتيجة بالتدوير إلى الوحدة)

تمرين 07

ABC مثلث حيث $AC = 6cm$ ، $AB = 8cm$ و $BC = 10cm$

1 أنشئ الشكل، ثم بين أن المثلث ABC قائم في A

2 أنشئ الدائرة (C) التي مركزها O والمحيطة بالمثلث ABC (اشرح كيفية الإنشاء)

3 أنشئ المستقيم (d) الذي يشمل النقطة B ويعامد (AB) .

★ ما هو بعد النقطة O عن المستقيم (d)

★ ما هي وضعية المستقيم (d) بالنسبة للدائرة (C) ؟ علّل إجابتك.

تمرين 08

(C) دائرة قطرها $[HI]$ ومركزها R حيث $HI = 4cm$.
 (d) مماس للدائرة (C) في النقطة I ، J نقطة من المستقيم (d) بحيث $RJ = 4cm$

تمرين 12

(C) دائرة مركزها O وطول قطرها $EF = 5.8cm$ ، G نقطة من الدائرة (C) بحيث $EG = 4cm$.

- 1 أنشئ الشكل بدقة
- 2 بين أن المثلث EFG قائم في G
- 3 احسب الطول FG
- 4 المستقيم (d) مماس للدائرة (C) في النقطة F المستقيم (EG) يقطع (d) في H
- ☆ ما نوع المثلث EFH ؟ علل
- ☆ ماذا تمثل النقطة F في المثلث EFH ؟ علل

تمرين 13

(C) دائرة قطرها $[HI]$ ومركزها R حيث $HI = 4cm$ (d) مماس للدائرة (C) في النقطة I ، J نقطة من المستقيم (d) بحيث $RJ = 4cm$

- 1 أنشئ الشكل بدقة
- 2 بين أن المثلث RIJ قائم في I
- 3 لتكن النقطة K منتصف $[RJ]$
- ☆ احسب الطول KI
- 4 احسب الطول IJ .
- 5 احسب $\widehat{RJI}$ ، ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{RJI}$

1 أنشئ الشكل

2 أثبت أن المثلث RIJ قائم في I

3 لتكن النقطة K منتصف $[RJ]$

☆ احسب الطول KI .

4 احسب الطول IJ

5 احسب $\widehat{RJI}$ ، ثم استنتج قياس الزاوية $\widehat{RJI}$

تمرين 09

(C) دائرة مركزها O وقطرها $[RT]$ ، S نقطة من الدائرة (C).

- 1 أنشئ الشكل
- 2 أثبت أن المثلث RST قائم.
- 3 هل (TS) محور للضلع (RH)؟ علل
- 4 بين أن المثلث RHJ قائم في H .
- 5 إذا كان لدينا: $RT = 7.5cm$ و $TS = 6cm$
- ☆ احسب الطول RS

تمرين 10

(C) دائرة قطرها $[AB]$ حيث $AB = 4cm$ ، C نقطة من الدائرة (C) بحيث $\widehat{CAB} = 40^\circ$

1 أنشئ الشكل، ثم أثبت أن المثلث ABC قائم في C

2 احسب الطول AC (مع تدوير النتيجة إلى الوحدة)

تمرين 11

(C) دائرة مركزها O وقطرها $AB = 6cm$ ، C نقطة من الدائرة (C) حيث $\widehat{ABC} = 60^\circ$

- 1 أنشئ الشكل بدقة
- 2 أثبت أن المثلث ABC قائم في C .
- 3 احسب الطول BC
- 4