

التمرين رقم 01 ***

باستعمال المرافق احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$$

$$, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x+2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2+x+1}+x$$

$$, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x + \sqrt{x^2+3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+a^2}-a}{\sqrt{x^2+b^2}-b}$$

حيث $a > 0$ و $b > 0$

التمرين رقم 02 ***

باستعمال تعريف العدد المشتق احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{2}}{x-1}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x\sqrt{x+1}-6}{x-3}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

التمرين رقم 03 ***

باستعمال نهاية مركب دالتين احسب ما يلي:

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x-\pi)}{x-\pi} \quad (2), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x+1}{2x}\right) \quad (4), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x+3}{1+x}\right) \quad (3)$$

$$(6), \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1-\cos x}{x^2} \times 2\pi\right)$$

التمرين رقم 04 ***

(بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{x}{x+1} \leq 1$$

(2) استنتج النهايتين التاليتين:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x}(x+1)} \quad (ب), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1} \quad (أ)$$

(بين انه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$:

$$\frac{1}{2} \leq \frac{x}{x+1} \leq 1$$

(2) استنتج النهايتين التاليتين:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x}(x+1)} \quad (ب), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1} \quad (أ)$$

التمرين رقم 05 ***

$f(x) = \frac{-3x}{x+2}$ هي الدالة العددية المعرفة بـ:

(1) عين مجموعة تعريف الدالة f ثم احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(2) حدّد معادلات المستقيمات المقاربة لمنحنى الدالة f

و ادرس وضعيته بالنسبة إلى المستقيم المقارب الأفقي.

التمرين رقم 06 ***

احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{\pi x-1}{2x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \cos\left(\frac{x+4}{x^2-3}\right)$$

$$, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \sin\left(-\frac{\pi}{2}x\right) + \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\pi \frac{\sin x}{x}\right)$$

لغز السلسلة

كم من مرة يلتقي عقربا الساعة
والدقائق في اليوم الواحد؟

حل لغز السلسلة السابقة

يلتقيان 22 مرة

التمرين رقم 07 *

برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي $x > -1$:

$$\frac{-1}{x+1} \leq \frac{\cos x}{x+1} \leq \frac{1}{x+1}$$

هل تقبل الدالة $f: x \mapsto \frac{\cos x}{x+1}$ نهاية عند $+\infty$ ؟

التمرين رقم 08 ****

f دالة بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x > 1$ ،

$$\frac{3x + \cos x}{x} \leq f(x) \leq \frac{3x + 7}{x - 1}$$

هل تقبل f نهاية عند $+\infty$ ؟

التمرين رقم 09 ***

لتكن الدالة f حيث: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$

و (C) تمثيلها البياني.

عين الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث: (C)

يقبل مستقيماً مقارباً معادلته $x = 1$ و مستقيماً مقارباً مائلاً معادلته

$$y = 2x + 3 \text{ عند } -\infty \text{ و عند } +\infty \text{ ويشمل النقطة } A(0; 4)$$

التمرين رقم 10 ***

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ :

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 6x + 3}{(x+1)^2}$$

(1) عين a, b, c, d بحيث من أجل كل عدد حقيقي x

$$f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{(x+1)^2}$$

(2) استنتج أن المنحني (C) الممثل للدالة f يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً Δ عند $-\infty$ و عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له

(3) حدّد وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى Δ .

مسائل:

مسألة رقم 01:

f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ :

$$f(x) = |x+1| + \frac{x}{x^2 - 1}$$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم

(1) أ) اكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

ب) ادرس نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

(2) أ) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها .

ب) مثل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ) بين أن المستقيمين $\Delta: y = x + 1$ و

$\Delta': y = -x - 1$ مقاربين للمنحني (C) عند $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب.

ب) ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى Δ على المجال

$]-1; +\infty[$ و ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى Δ'

على المجال $]-\infty; -1[$.

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً واحداً α

على المجال $]-1; 1[$ ، وأعط حصرًا لـ α سعته 10^{-1}

لغز السلسلة

شخص عمره 45 سنة وعمر أبنه

25 سنة . قبل كم عام كان عمر

الأب ضعف عمر أبنه؟