

التمرين (01):

نحقق التركيب التجريبي المبين في الشكل (01) والمكون من الناقل الأومي R ، مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، مكثفة فارغة سعتها $C = 1\mu F$ وقاطعة K ، جهاز فولط متر V وأمبير متر A . عند اللحظة $t = 0s$ نغلق القاطعة K . الدراسة التجريبية مكنتنا من رسم البيان $i = f(q)$ المبين في الشكل (02).

1. أتمم الشكل 1 مبينا عليه موضع كل من جهاز الفولط متر والأمبير متر والتوترين u_C و u_R .
2. بتطبيق قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$ هي:

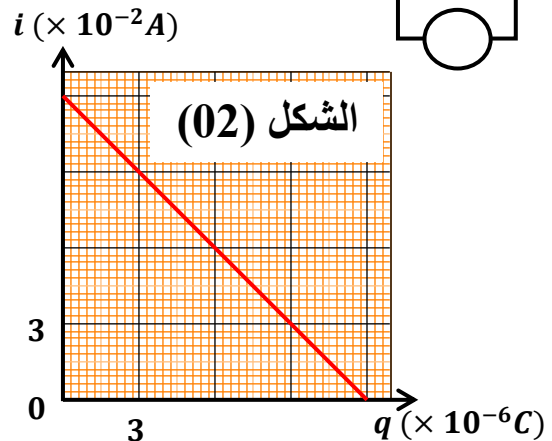
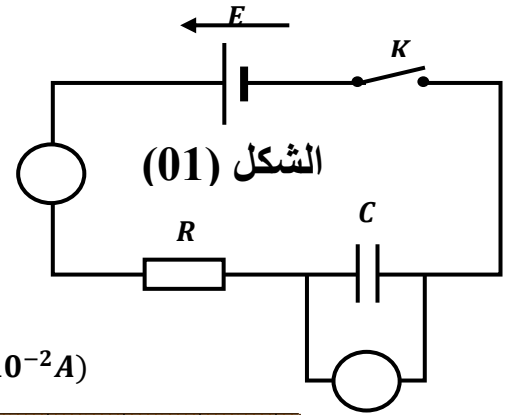
$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot i(t) = 0$$

تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل:

ب- باستغلال بيان الشكل (02)، جد قيمة كل من E و R .
ت- استنتج القيمة التي يشير إليها جهاز الفولط متر إذا كان جهاز الأمبير متر يشير إلى القيمة $i = 3 \times 10^{-2} A$.
ث- أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة.

أ- أوجد عبارة شدة التيار الكهربائي i بدلالة شحنة المكثفة q وثوابت الدارة الكهربائية.

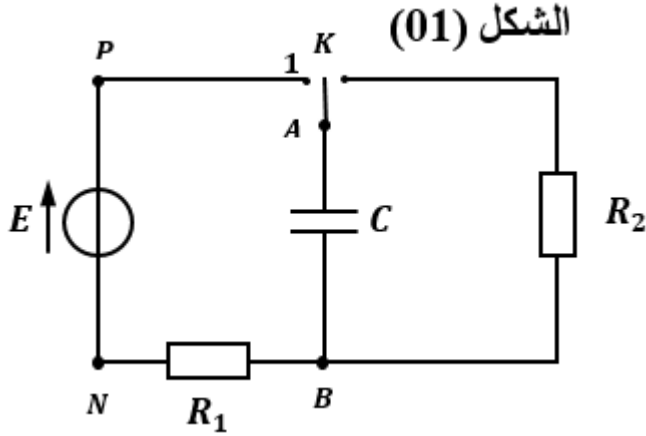
ب- باستغلال بيان الشكل (02)، جد قيمة كل من E و R .
ت- استنتج القيمة التي يشير إليها جهاز الفولط متر إذا كان جهاز الأمبير متر يشير إلى القيمة $i = 3 \times 10^{-2} A$.
ث- أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة.



التمرين (02):

للمكثفات دور أساسي في بعض الأجهزة الكهربائية نتيجة ميزتها في تخزين الطاقة وإرجاعها عند الحاجة. وكذلك إمكانية التحكم في مدة شحنها وتفريغها. لدراسة شحن وتفريغ مكثفة لدينا التركيب الممثل في الشكل (01)، المكون من:

- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E .
- ناقلين أوميين $R_1 = 100 \Omega$ و R_2 .
- مكثفة سعتها C غير مشحونة.
- بادلة K .



I- عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع (1)، فنحصل على الدارة الكهربائية $PNBA$.

1. أنقل الدارة على ورقة الإجابة، ومثل عليها بأسهم اتجاه التيار والتوتر بين طرفي المكثفة u_C ، التوتر بين طرفي الناقل الأومي u_{R_1} .

2. بواسطة برمجة مناسبة تحصلنا على التوترين u_C و E التوتر بين طرفي المولد الممثلين في الشكل (02)، بالاعتماد على الشكل (02):

أ- عين قيمة E وثابت الزمن τ_1 .

ب- تحقق من أن سعة المكثفة $C = 20 \mu F$.

3. بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها u_C .

4. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي:

$$u_C = A(1 - e^{-at})$$

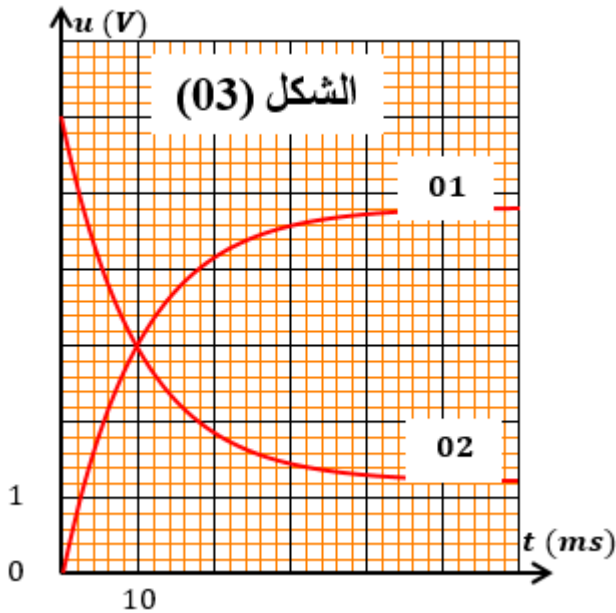
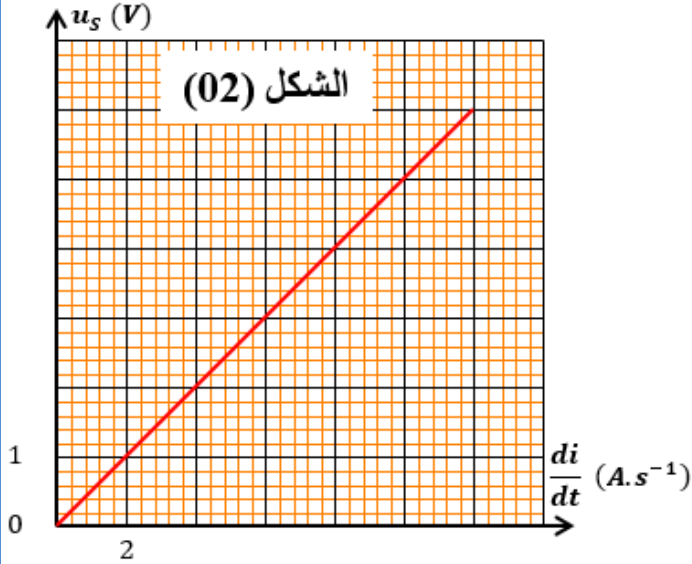
- حدد عبارة كل من A و a بدلالة ثوابت الدارة، ثم أحسب قيمتهما، علما أن $\tau_1 = R_1 C$.

5. أحسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t_1 = 4 ms$.

I. يتوقف شحن المكثفة عند اللحظة $t_1 = 4 ms$ وذلك بتغيير وضع البادلة إلى الوضع (2)، فتتفرغ المكثفة في الناقل الأومي R_2 ، يمثل المنحنى (3) في الشكل (03) تغيرات التوتر u_C بدلالة الزمن خلال عملية التفريغ، ونختار t_1 مبدأ للأزمنة.

أ- عبر عن التوتر u_s بدلالة i و di/dt .
 ب- بين أنه توجد قيمة واحدة فقط R_0 لمقاومة الناقل الأومي
 تمكنا من الحصول على البيان $u_s = f(di/dt)$ الممثل في
 الشكل (02).

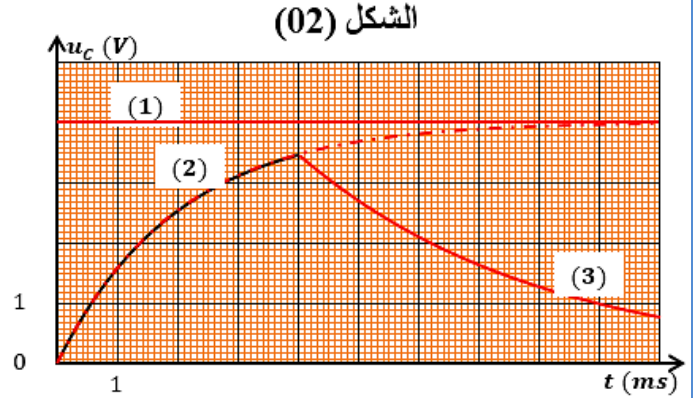
ج- علما أن $R_0 = 10 \Omega$ ، جد قيم كل من r ، I_0 ، L و τ .
 5. نغير قيمة مقاومة الناقل الأومي من R_0 إلى R_1 ،
 فنشاهد على شاشة رسام الاهتزاز البيانيين في الشكل (03)،
 وذلك بعد الضغط على (INV) في أحد المدخلين.



أ- أرفق كل بيان بالمدخل الموافق، مع التعليل.
 ب- جد قيمة R_1 .
 ج- أحسب قيمة الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعية عند
 اللحظة $t = 60 \text{ ms}$.
 د- عند اللحظة t' ، تكون في الوشيعية نصف الطاقة
 الأعظمية، بين أنه يمكن كتابة عبارة t' بالشكل التالي:

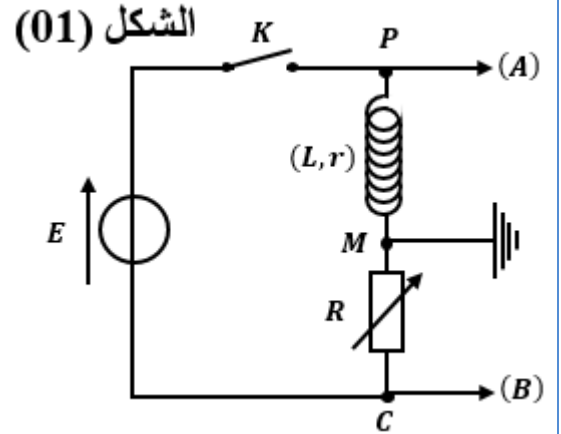
$$t' = \tau \cdot \ln\left(\frac{2}{2 - \sqrt{2}}\right)$$

1. اعتمادا على المنحنى (3)، حدد قيمة ثابت الزمن τ .
2. استنتج قيمة مقاومة الناقل الأومي R_2 .
3. أحسب قيمة الطاقة الضائعة بفعل جول عند اللحظة $t_2 = 8 \text{ ms}$.



التمرين (03):

في الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل (01)، لدينا:
 - مولد مثالي للتوترات قوته المحركة $E = 6 \text{ V}$.
 - وشيعة مقاومتها r ومعاملها التحريضي L .
 - علبة مقاومات وقاطعة مهملة المقاومة.
 نصل الدارة لرسم اهتزاز رقمي كما هو موضح في الدارة.



- نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.
1. بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار تكتب بالشكل:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{I_0}{\tau}$$
 حيث τ ثابت الزمن لهذه الدارة، و I_0 هي شدة التيار في النظام الدائم.
 2. بين أن $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة.
 3. عبر عن التوتر u_{PM} بدلالة i و di/dt ، وعن التوتر u_{CM} بدلالة i .
 4. بواسطة جهاز رسام الاهتزاز، يمكننا مشاهدة التوتر $u_s = u_{PM} + u_{CM}$.

التمرين (04):

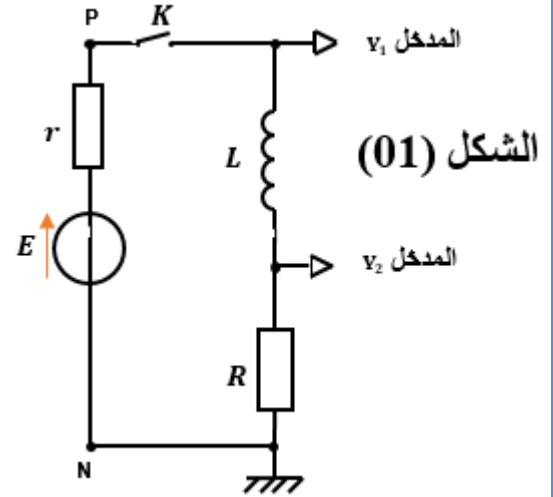
ننجز التركيب الممثل في الشكل (1) والمكون من:

- مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية $E = 12\text{ V}$.

- وشيعة ذاتيتها L ومقاومتها مهملة.

- ناقلين أوميين مقاوماتهما $R = 40\ \Omega$ و r .

- قاطعة K .



الشكل (01)

عند اللحظة $t = 0$ ، نغلق القاطعة K ، ونتابع تطور التوتر بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي فنحصل على المنحنيين

(a) و (b) الممثلين في الشكل (2).

1. عين المنحنى الذي يمثل التوتر $u_R(t)$ والمنحنى الذي

يمثل التوتر $u_{PN}(t)$.

2. حدد قيمة I_0 ، شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم.

3. تحقق أن المقاومة r للناقل الأومي هي $r = 8\ \Omega$.

4. أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة.

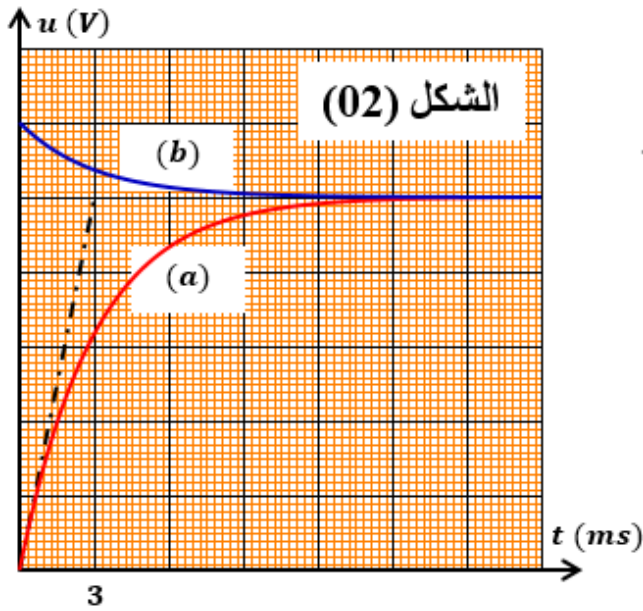
5. حل المعادلة التفاضلية هو: $i(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$.

- أوجد عبارتي A و τ بدلالة ثوابت الدارة.

6. حدد قيمة ثابت الزمن τ .

7. استنتج قيمة الذاتية L للوشيعة.

8. أوجد الطاقة المخزنة في الوشيعة عند اللحظة $t = \tau/2$.



الشكل (02)

التمرين (05):

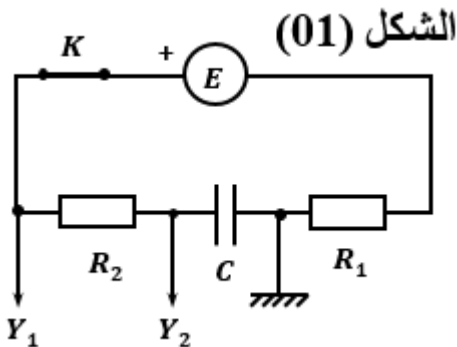
من أجل دراسة تصرف ثنائي القطب (RC) ، ننجد الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل (01) والمكونة من:

- مولد للتوتر ثابت قوته المحركة الكهربائية $E = 6\text{ V}$.

- ناقلين أوميين مقاوماتهما R_1 و $R_2 = 20\ \Omega$.

- مكثفة سعتها C غير مشحونة.

- قاطعة K .



الشكل (01)

عند اللحظة $t = 0$ ، نقوم بفتح القاطعة K ، بواسطة

برمجية تمكننا من رسم المنحنيين (a) و (b)

(الشكل (2)) الممثلين للتوترين المحصل عليهما

باستعمال المدخلين Y_1 و Y_2 (الشكل (01)).

1. أعد تمثيل الدارة الكهربائية، ومثل عليها اتجاه التيار والتوترات.

2. عين من المنحنيين (a) و (b)، المنحنى الممثل للتوتر $u_C(t)$ مع التعليل.

3. بتطبيق قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي المكثفة $u_C(t)$.

4. حل المعادلة التفاضلية السابقة

$$u_C(t) = A + B \cdot e^{-t/\tau}$$

حيث A ، B و τ ثوابت يطلب تحديد عبارتها بدلالة رموز الدارة.

5. أوجد العبارة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ ، واستنتج $u_{R_1}(t)$.

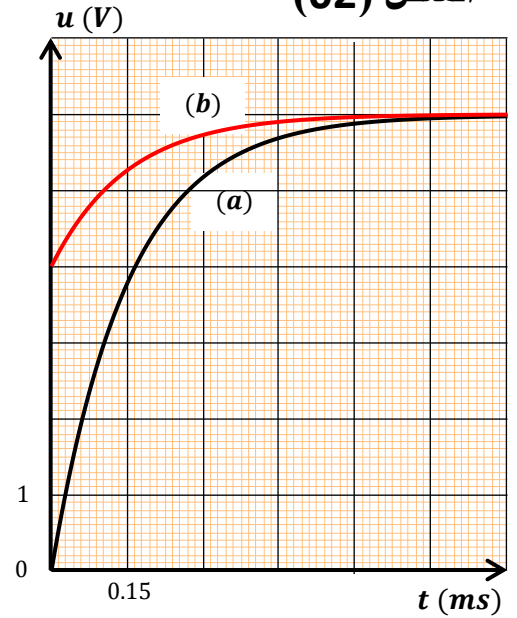
6. اعتمادا على المنحنيين، حدد:

أ- شدة التيار الابتدائي I_0 .

ب- مقاومة الناقل الأومي R_1 .

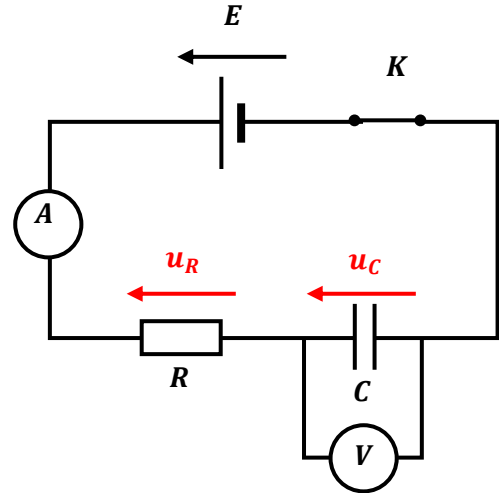
ج- سعة المكثفة C .

الشكل (02)



حل التمرين (01):

1- إتمام الشكل (1):

2- المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار $i(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_C + u_R = E$$

منه:

$$u_C + R \cdot i = E$$

باشتقاق العبارة السابقة:

$$\frac{du_C}{dt} + R \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

وعليه:

$$\frac{i}{C} + R \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

بقسمة العبارة السابقة على R:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i = 0$$

3- إيجاد عبارة A و α :باشتقاق عبارة $i(t)$:

$$\frac{di}{dt} = -\alpha A \cdot e^{-\alpha t}$$

بتعويض عبارة $i(t)$ و di/dt في المعادلة التفاضلية السابقة، نجد:

$$-\alpha A \cdot e^{-\alpha t} + \frac{A \cdot e^{-\alpha t}}{RC} = 0$$

منه:

$$A \cdot e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \frac{1}{RC} \right) = 0$$

إذن:

$$\alpha = \frac{1}{RC}$$

عند اللحظة $t = 0$:

$$i(0) = A \cdot e^{-\alpha \times 0} = \frac{E}{R}$$

وعليه:

$$A = \frac{E}{R}$$

4- عبارة شدة التيار $i(t)$:

من قانون جمع التوترات:

$$i = \frac{E - u_C}{R}$$

منه:

$$i = \frac{E}{R} - \frac{q}{C}$$

إذن:

$$i = -\frac{1}{RC} q + \frac{E}{R}$$

5- تحديد قيمة كل من R و E:

المنحنى البياني الممثل في الشكل (02)، عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ عبارته:

$$i = a \cdot q + b$$

وعليه:

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{RC} \\ b = \frac{E}{R} \end{cases}$$

إذن:

$$\begin{cases} R = -\frac{1}{aC} = \frac{1}{10^4 \times 10^{-6}} = 100 \, \Omega \\ E = b \times R = 12 \times 10^{-2} \times 100 = 12 \, V \end{cases}$$

6- تحديد القيمة التي يشير إليها الفولط متر:

لدينا:

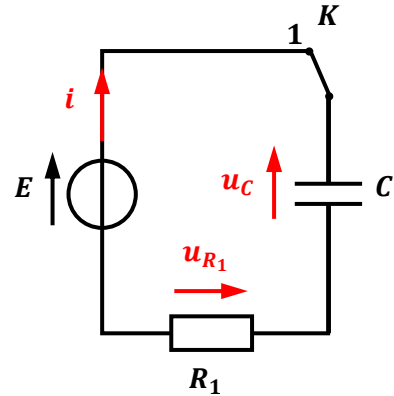
$$u_C = E - R \cdot i = 12 - (100 \times 3 \times 10^{-2}) = 9 \, V$$

7- حساب قيمة الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثف:

$$E_0 = \frac{1}{2} C E^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \times 12^2 = 7,2 \times 10^{-5} \, J$$

حل التمرين (02):

1. تمثيل اتجاه التيار والتوترات:

2. أ- تحديد E و τ_1 :من المنحنى (01)، نجد: $E = 4 V$
نعلم أن:

$$u_C(\tau_1) = 0,63 \times E = 2,52 V$$

بالإسقاط على منحنى (02)، نجد: $\tau_1 = 2 ms$ ب- التحقق من قيمة C :

نعلم أن:

$$C = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{2 \times 10^{-3}}{100} = 20 \times 10^{-6} F$$

إذن:

$$C = 20 \mu F$$

3. المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_C + u_{R1} = E$$

ونعلم أن:

$$\begin{cases} u_{R1} = R_1 \cdot i \\ i = C \frac{du_C}{dt} \end{cases}$$

إذن:

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R_1 C} u_C = \frac{E}{R_1 C}$$

4. تحديد عبارة α و A :

لدينا:

$$u_C(t) = A(1 - e^{-\alpha t}) \dots (1)$$

باشتقاق عبارة $u_C(t)$:

$$\frac{du_C}{dt} = A\alpha e^{-\alpha t} \dots (2)$$

بتعويض عبارتي (1) و (2)، في المعادلة التفاضلية:

$$A\alpha e^{-\alpha t} + \frac{A}{R_1 C} (1 - e^{-\alpha t}) = \frac{E}{R_1 C}$$

ومنه:

$$Ae^{-\alpha t} \left(\alpha - \frac{1}{R_1 C} \right) + \frac{A}{R_1 C} = \frac{E}{R_1 C}$$

وعليه:

$$\begin{cases} A = E = 4 V \\ \alpha = \frac{1}{R_1 C} = 0,5 ms^{-1} \end{cases}$$

5. حساب قيمة الطاقة المخزنة في المكثف:

نعلم أن:

$$\begin{aligned} E_C(t_1) &= \frac{1}{2} C u_C(t_1)^2 \\ &= \frac{20 \times 10^{-6}}{2} \\ &\times [4 \times (1 - e^{-0,2 \times 4})]^2 \\ &= 1,2 \times 10^{-4} J \end{aligned}$$

I.

1. تحديد قيمة τ_2 :

نعلم أن:

$$u_C(\tau_2) = 0,37 \times U_0 = 0,37 \times 3,45 = 1,276 V$$

بالإسقاط على منحنى (03)، نجد:

$$\Delta t = 8 ms$$

ومنه:

$$\tau_2 = \Delta t - t_1 = 8 - 4 = 4 ms$$

2. حساب قيمة R_2 :

نعلم أن:

$$R_2 = \frac{\tau_2}{C} = \frac{4 \times 10^{-3}}{20 \times 10^{-6}} = 200 \Omega$$

3. حساب قيمة الطاقة الضائعة بفعل جول:

- عند t_2 :

$$E_C(t_2) = \frac{20 \times 10^{-6} \times 1,27^2}{2} = 0,16 \times 10^{-4} J$$

وعليه:

$$E_R = (1,2 - 0,16) \times 10^{-4} = 1,04 \times 10^{-4} J$$

حل التمرين (03):

1. إثبات المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون جمع التوترات:

$$u_b + u_R = E$$

منه:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (R + r) \cdot i = E$$

إذن:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\frac{L}{R+r}} \cdot i = \frac{E}{\frac{L}{R+r}}$$

وعليه:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i = \frac{I_0}{\tau}$$

بحيث:

$$\begin{cases} I_0 = \frac{E}{R+r} \\ \tau = \frac{L}{R+r} \end{cases}$$

2. إثبات أن عبارة $i(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية:باشتقاق عبارة $i(t)$ لدينا:

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} \dots (1)$$

بتعويض العبارة (1)، و $i(t)$ في المعادلة التفاضلية، نجد:

$$\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau} \cdot (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{I_0}{\tau}$$

منه:

$$\left(\frac{I_0}{\tau} - \frac{I_0}{\tau}\right) e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$$

وعليه:

$$\frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$$

إذن عبارة $i(t)$ هي حل للمعادلة التفاضلية.3. عبارة التوترين u_{PM} و u_{CM} :

نعلم أن:

$$u_{PM} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i$$

وأيضا:

$$u_{CM} = -R \cdot i$$

4. أ- عبارة التوتر u_S :

نعلم أن:

$$u_S = u_{PM} + u_{CM} = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i - R \cdot i$$

منه:

$$u_S = L \cdot \frac{di}{dt} + (r - R) \cdot i \dots (2)$$

ب- إيجاد قيمة R_0 :

البيان الممثل في الشكل (02)، عبارة عن خط مستقيم يمر من المبدأ عبارته الرياضية:

$$u_S = a \cdot \frac{di}{dt}$$

بحيث:

 a يمثل ميل البيان. b تمثل نقطة التقاطع مع محور الترتيب.

بالمطابقة مع العبارة (2):

$$\begin{cases} (r - R_0) \cdot i = 0 \\ a = L \end{cases}$$

وعليه:

$$R_0 = r$$

ج- حساب قيم τ ، I_0 ، L و r :من أجل $R_0 = 10 \Omega$:- حساب r :

$$r = 10 \Omega$$

- حساب I_0 :

$$I_0 = \frac{E}{R_0 + r} = \frac{6}{20} = 0,3 \text{ A}$$

- حساب L :

لدينا سابقا:

$$L = \frac{6}{12} = 0,5 \text{ H}$$

- حساب τ :

$$\tau = \frac{L}{R_0 + r} = \frac{0,5}{20} = 0,025 \text{ s}$$

أ- تحديد المنحنيات البيانية:

ب- المنحنى (1): يوافق التوتر u_R الذي نتحصل عليه بعد الضغطعلى زر (INV) للمدخل (B). عند اللحظة $t = 0$ ، $u_R = 0$.ت- المنحنى (2): يوافق التوتر u_b المشاهد عن طريق المدخل(A). عند اللحظة $t = 0$ وحسب قانون جمع التوترات

$$u_b = E$$

ب- حساب قيمة R_1 :

في النظام الدائم:

$$\begin{cases} u_R = R_1 \cdot I_0 \\ E = (R_1 + r) \cdot I_0 \end{cases}$$

من العبارتين السابقتين:

$$\frac{E}{u_R} = \frac{R_1 + r}{R_1}$$

وعليه:

$$R_1 = \frac{r \cdot u_R}{E - u_R} = \frac{10 \times 4,8}{6 - 4,8} = 40 \Omega$$

ج- حساب قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعية E_m :عند اللحظة $t = 60 \text{ ms}$ ، يكون $i = I_0$ ، أي:

$$E_m = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times \left(\frac{4,8}{40}\right)^2 = 3,6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

في النظام الدائم، لدينا:

$$\frac{di}{dt} = 0$$

منه:

$$R_2 \cdot I_0 + R_1 \cdot I_0 = E$$

نجد:

$$R_1 = \frac{E - R_2 \cdot I_0}{I_0} = \frac{12 - (40 \times 0,25)}{0,25} = 8 \Omega$$

$$R_1 = 8 \Omega$$

4. إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي

 $i(t)$

بتطبيق قانون جمع التوترات، لدينا:

$$u_L + u_{R_2} + u_{R_1} = E$$

منه:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (R_1 + R_2) \cdot i = E \dots (1)$$

بقسمة العبارة (1) على L ، نجد:

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R_1 + R_2)}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$$

5. إيجاد عبارتي A و τ :باشتقاق عبارة $i(t)$

$$\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} \dots (2)$$

بتعويض عبارة $i(t)$ والعبارة (2) في المعادلة التفاضلية السابقة،

نجد:

$$\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{R_1 + R_2}{L} \cdot A \left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{E}{L}$$

منه:

$$A e^{-t/\tau} \left(\frac{R_1 + R_2}{L} - \frac{1}{\tau} \right) + A \cdot \frac{R_1 + R_2}{L} = \frac{E}{L}$$

د- إثبات عبارة t' :

نعلم أن:

$$E_m(t') = \frac{E_{m0}}{2} = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2 \left(1 - e^{-t'/\tau'}\right)^2$$

منه:

$$\frac{1}{2} = \left(1 - e^{-t'/\tau'}\right)^2$$

وعليه:

$$1 - e^{-t'/\tau'} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

إذن:

$$e^{-t'/\tau'} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

منه:

$$\frac{t'}{\tau'} = \ln \left(\frac{2}{2 - \sqrt{2}} \right)$$

وعليه:

$$t' = \tau' \cdot \ln \left(\frac{2}{2 - \sqrt{2}} \right)$$

حل التمرين (04):

1. تحديد المنحنيات:

- المنحنى (a) يمثل $u_{PN}(t)$ - المنحنى (b) يمثل $u_{R_2}(t)$ 2. تحديد قيمة I_0 :

في النظام الدائم:

$$u_{R_2}(max) = R \cdot I_0$$

ومنه:

$$I_0 = \frac{u_{R_2}(max)}{R} = \frac{10}{40} = 0,25 A$$

إذن:

$$I_0 = 0,25 A$$

3. التحقق من قيمة المقاومة r :

بتطبيق قانون جمع التوترات، لدينا:

$$u_L + u_{R_2} + u_{R_1} = E$$

منه:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R_2 \cdot i + R_1 \cdot i = E$$

نستنتج:

$$\begin{cases} \frac{R_1 + R_2}{L} - \frac{1}{\tau} = 0 \\ A \cdot \frac{R_1 + R_2}{L} = \frac{E}{L} \end{cases}$$

ومنه نجد أن:

$$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2} \quad A = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

6. تحديد ثابت الزمن τ :

$$\tau = 3 \text{ ms}$$

7. استنتاج قيمة الذاتية L : لدينا:

$$L = \tau \times (R_1 + R_2) = 3 \times (40 + 8) = 144 \text{ mH}$$

إذن:

$$L = 144 \text{ mH}$$

8. إيجاد قيمة الطاقة المخزنة في الوشعة: لدينا:

$$E_m(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (i(t))^2$$

عند $t = \tau/2$:

$$\begin{aligned} E_m\left(\frac{\tau}{2}\right) &= \frac{1}{2} \cdot L \cdot \left(I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{\tau}{2\tau}})\right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 144 \\ &\times (0,25 \times (1 - e^{-0,5}))^2 \\ &= 0,72 \text{ mJ} \end{aligned}$$

$$E_m\left(\frac{\tau}{2}\right) = 0,72$$

حل التمرين (05):

1. تمثيل الدارة:

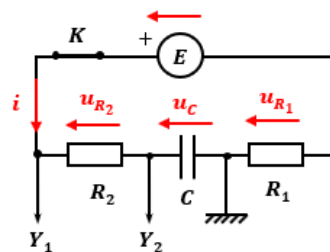
2. تحديد المنحنى:

عند اللحظة $t = 0$,

المكثف غير مشحون

إذن $u_C(t) = 0 \text{ V}$

المنحنى (a) هو الممثل

لتغيرات $u_C(t)$.3. إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة $u_C(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات، لدينا:

$$u_C + u_{R_1} + u_{R_2} = E \dots (1)$$

ونعلم أن:

$$\{u_R = (R_1 + R_2)C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

منه تصبح العبارة (1):

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2) \cdot C} u_C = \frac{E}{(R_1 + R_2) \cdot C}$$

4. إيجاد الثوابت A ، B و τ :باشتقاق عبارة u_C :

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{B}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$$

بتعويض عبارة u_C و du_C/dt في المعادلة التفاضلية:

$$-\frac{B}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} (A + B \cdot e^{-t/\tau}) = \frac{E}{(R_1 + R_2)C}$$

منه:

$$B \cdot e^{-t/\tau} \left(-\frac{1}{\tau} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}\right) + \frac{A}{(R_1 + R_2)C} = \frac{E}{(R_1 + R_2)C}$$

إذن:

$$\begin{cases} A = E \\ \tau = (R_1 + R_2)C \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

$$u_C(0) = A + B \cdot e^{-0/\tau} = 0$$

منه:

$$B = -A = -E$$

5. عبارة $i(t)$ و $u_{R_1}(t)$:

نعلم أن:

$$i = C \cdot \frac{du_C}{dt} = -\frac{C \cdot B}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$$

منه:

$$i = \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot e^{-t/\tau}$$

ولدينا، أيضا:

$$u_{R_1}(t) = R_1 \cdot i(t)$$

منه:

$$u_{R_1} = R_1 \cdot \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot e^{-t/\tau}$$

أ- تحديد قيمة I_0 :تحديد قيمة I_0 :

لدينا المنحنى (a)، يمثل:

$$u_C + u_R = E$$

عند اللحظة $t = 0$:

$$u_{R0} = R \cdot I_0$$

ومنه:

$$I_0 = \frac{u_{R0}}{R}$$

باستخدام البيان (a)، نجد: $u_{R0} = 4 \text{ V}$

ومنه:

$$I_0 = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ A}$$

إذن:

$$I_0 = 0,2 \text{ A}$$

ب- تحديد قيمة R_1 :

لدينا:

$$R_1 = \frac{E}{I_0} - R_2 = \frac{6}{0,2} - 20 = 10 \Omega$$

إذن:

$$R_1 = 10 \Omega$$

ج- إيجاد قيمة C :تحديد قيمة τ :

من المنحنى البياني (b):

$$\tau = 0,15 \text{ ms}$$

تحديد قيمة C :

لدينا:

$$\tau = (R_1 + R_2) \cdot C$$

ومنه:

$$C = \frac{\tau}{R_1 + R_2} = \frac{0,15 \times 10^{-3}}{20 + 10} = 5 \times 10^{-6} \text{ F}$$

$$C = 5 \mu\text{F}$$