

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

أجب بصرح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(1) مجموعة حلول المعادلة $\ln(1-x) = 3$ في المجال $]-\infty; 1[$ هي $\{e^3 - 1\}$

(2) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 3x^2 - 2x$

القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1; 2]$ هي 4

(3) A و B حدثان من فضاء احتمال منته بحيث: $P(A) = 0,4$ و $P_A(B) = 0,3$ و $P(A \cup B) = 0,6$

احتمال الحدث B يساوي 0,32

(4) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{1-x}$

الدالة f متناقصة تماما على المجال $[1; +\infty[$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور انتاج السيارات في احدى الشركات خلال الفترة الممتدة من 2018 إلى 2023

السنة	2018	2019	2020	2021	2022	2023
رتبة السنة	1	2	3	4	5	6
عدد السيارات	6000	6900	7120	7900	8500	9000

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد

(1cm) يمثل رتبة واحدة على حامل محور الفواصل، 1cm يمثل 1000 سيارة على حامل محور الترتيب).

(2) عين احداثيتي النقطة المتوسطة G

(3) لتكن $y = ax + b$ معادلة (Δ) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i; y_i)$

بين أن: $a = 587,33$ ثم احسب b (تعطى النتائج مدورة إلى 10^{-2}).

(4) باعتبار أن كمية الإنتاج تتبع نفس الوتيرة:

(أ) ابتداء من أي سنة تتجاوز كمية الإنتاج 12000 سيارة؟

(ب) ما هي كمية الإنتاج المتوقعة لسنة 2026؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = eu_n - e$

(يرمز العدد e إلى أساس اللوغاريتم النيبيري)



(1) أ) أحسب u_1 و u_2

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{e}{e-1}$

ج) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - \frac{e}{e-1}$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها e يُطلب حساب حدّها الأول v_0

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(4) أحسب S_n بدلالة n ، ثم استنتج T_n بدلالة n

التمرين الرابع: (08 نقاط)

(1) الجدول الموالي هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln(2x)$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

أ) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداً α حيث $0,6 < \alpha < 0,7$

ب) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(2) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln(2x)}{x^2}$

(C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ (يعطى: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(2x)}{x^2} = 0$)

ب) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب للمنحني (C)

ج) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

(3) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) أرسم (Δ) و (C) (تعطى $f(\alpha) = 0,9$)

(5) الدالة العددية H معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$

أ) بين أن H أصلية للدالة $h: x \mapsto -\frac{\ln x}{x^2}$ على $]0; +\infty[$

ب) أحسب مساحة حيز المستوى المحدد بالمنحني (C)، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x = e$ و $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني



التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{7}{9}u_n + \frac{4}{9}$

- (1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \geq 2$
 ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.
- (2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - 2$
 أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0
 ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن: $u_n = 2 \times \left(\frac{7}{9}\right)^n + 2$

(ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$$S_n = 2n + 11 - 9\left(\frac{7}{9}\right)^{n+1} \quad \text{بين أن:}$$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير:

- (1) معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 1 - \ln x$ عند النقطة $A(1; 0)$ هي:
 أ) $y = 2x - 2$ ب) $y = x - 1$ ج) $y = x + 2$
- (2) مجموعة الحلول في $\mathbb{R}$ للمتراحة ذات المجهول x ، $2 \ln x - 1 > 1$ هي:

$$\left[\frac{1}{2}; +\infty \right[\quad \text{أ)} \quad]1; +\infty[\quad \text{ب)} \quad]e; +\infty[\quad \text{ج)}$$

(3) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 2}{2e^x + 1}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2 \quad \text{أ)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \quad \text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2} \quad \text{ج)}$$

(4) قيمة العدد الحقيقي $\int_1^e \left(\frac{x+1}{x} \right) dx$ هي:

$$e \quad \text{أ)} \quad 0 \quad \text{ب)} \quad -1 + e \quad \text{ج)}$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)



يوضح الجدول التالي تطور استهلاك منتج في بلد من سنة 1998 إلى سنة 2004

السنوات	1998	2000	2001	2002	2004
رتبة السنة x_i	1	3	4	5	7
الاستهلاك y_i بالآلاف	28.5	35	52	70.5	100.5

- (1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد.
 - (2) أ) عين إحداثيي النقطة المتوسطة لهذه السحابة.
ب) عين معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا (تعطى نتائج كل حساب مدورة إلى 10^{-2}).
 - (3) اعتمادا على التعديل الخطي السابق، أعط كمية استهلاك المنتج لهذا البلد سنة 2005؟
- التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{2}{e^x + 1}$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = x + 1 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$

(3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين أحدهما (Δ) معادلته $y = x + 1$ عند $-\infty$ والآخر (Δ') معادلته $y = x - 1$ عند $+\infty$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ')

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(5) أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(6) أرسم كلاً من (Δ) ، (Δ') ، (T) و (C_f)

(7) نعتبر الدالة العددية H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H(x) = \ln(e^x + 1)$

أ) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة h بحيث: $h(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ على $\mathbb{R}$

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) والمستقيمين الذين معادلتهما:

$$x = \ln 5 \text{ و } x = 0$$

انتهى الموضوع الثاني