



ثانوية: عبد الحميد بن باديس
سيدي سعادة-يلل
السنة الدراسية: 2022-2023

مديرية التربية لولاية غليزان
إختبار الفصل الأول
شعبة : 3 علوم تجريبية

المدة : 02سا

إختبار في مادة : الرياضيات

التمرين الأول: (06 نقط)

أجب ب: صح أو خطأ مع التبرير في كل مايلي

1. نقبل أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 \leq e^x - x - 1 \leq \frac{1}{2}x^2 + x^4$. إذن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$.
2. f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{\ln(x)}{x} - 2x + 1$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم المستقيم ذي المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$.
3. عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو: 6688.

4. $S' = [1; 3]$ مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1) + \ln(x+1) \leq \ln 8$ في $\mathbb{R}$ هي: $S' = [1; 3]$.

5. الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $k(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $k(-x) + k(x) = 3$.

التمرين الثاني: (06 نقط)

- (I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$.
1. أحسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.
 2. أدرس إتجاه تغير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.
 3. أحسب $g(1)$ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- (II) الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + 2 + x \ln x$.
- (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
1. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (يعطى: $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$).
 2. بيّن أنه من أجل كل $x \in]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$. ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيراتها.

التمرين الثالث: (08 نقط)

الجزء الأول

في الشكل المقابل (C_g) تمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (a + bx^2)e^{-x}$

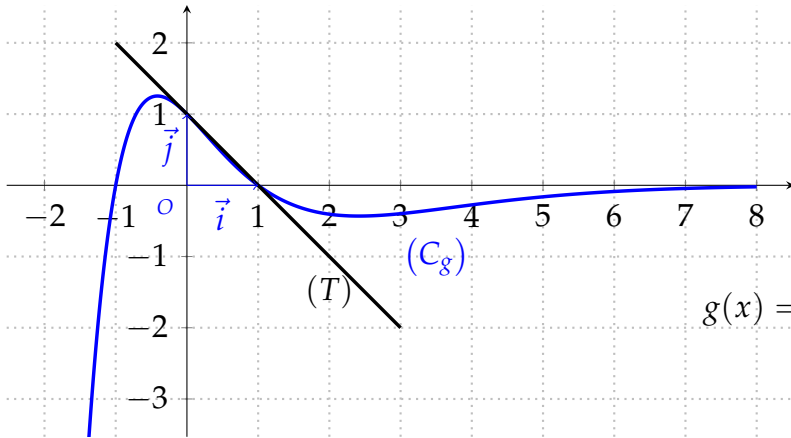
(T) مماس لـ (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة 0

1. بقراءة بيانية : أكتب معادلة للمماس (T)

ثم عين $g(-1)$ ، $g(0)$ ، $g'(0)$

2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

ثم إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x



الجزء الثاني

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (1 + x)^2 e^{-x}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتائج هندسياً.

2. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن: $f'(x) = g(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3. عين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً

4. أكتب معادلة للمماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 . ثم أنشئ (C_f) و (Δ)

5. ناقش بياناً حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = m$

تمرين الأول :

(1) صحيح

التبرير:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{6}x^3 \leq e^x - x - 1 \leq \frac{1}{2}x^2 + x^4$
 وبالضرب في $\frac{1}{x^2}$ من أجل $x \neq 0$ نجد $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}x \leq \frac{e^x - x - 1}{x^2} \leq \frac{1}{2} + x^2$

ومنه $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}x \right) \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} \leq \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2} + x^2 \right)$

ومنه $\frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$ ومنه $\frac{1}{2} \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} \leq \frac{1}{2}$

(2) خطأ

التبرير:

لدينا: $f(x) = \frac{\ln x}{x} - 2x + 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$ وبالتالي المستقيم

ذي المعادلة $y = -2x + 1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $(+\infty)$

(3) صحيح

التبرير:

لدينا: $\log(2022^{2023}) = 2023 \log(2022) \approx 6687,595$

ومنه $10^{6687} < 2022^{2023} < 10^{6688}$ ومنه $6687 < \log(2022^{2023}) < 6688$

ومنه عدد أرقام العدد 2022^{2023} هو 6688

(4) خطأ

التبرير:

لدينا: $\ln(x-1) + \ln(x+1) \leq \ln 8$

تعيين D مجموعة التعريف المترابطة

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x+1$		-	+	+
$x-1$	-	-	+	+

ومنه $D =]1; +\infty[$

إذن $\ln(x-1) + \ln(x+1) \leq \ln 8$ تكافئ $\ln[(x-1)(x+1)] \leq \ln 8$

ومنه $(x-1)(x+1) \leq 8$ ومنه $x^2 + x - x - 1 \leq 8$ يعني $x^2 - 9 \leq 0$

دراسة إشارة $x^2 - 9 = 0$ إذن $x^2 - 9 = 0$ تكافئ $x^2 = 9$

ومنه $x = 3$ أو $x = -3$ ومنه

x	1	3	$+\infty$
$x^2 - 9$	-	+	+

ومنه $S' =]1; 3]$

(5) خطأ

التبرير:

$$\begin{aligned} k(-x) + k(x) &= \frac{3e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1} + \frac{3e^x - 1}{e^x + 1} \\ &= \frac{(3e^{-x} - 1)e^x}{(e^{-x} + 1)e^x} + \frac{3e^x - 1}{e^x + 1} \\ &= \frac{3 - e^x}{1 + e^x} + \frac{3e^x - 1}{e^x + 1} \\ &= \frac{2 + 2e^x}{1 + e^x} = \frac{2(1 + e^x)}{1 + e^x} = 2 \end{aligned}$$

تمرين الثاني :

(I)

(1) حساب نهايات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 - 1 + \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 1 + \ln x = +\infty$$

(2) دراسة إتجاه تغير الدالة g

$$g'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2 + 1}{x}$$

الدالة g قابلة للإشتقاق على $]0; +\infty[$ ودالتها المشتقة g' حيث $f'(x) > 0 : x \in]0; +\infty[$ إذن لدينا من أجل كل $x \in]0; +\infty[$ المجال $]0; +\infty[$

جدول تغيرات الدالة f

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

(3) إستنتاج إشارة $g(x)$

لدينا: $g(1) = 1^2 - 1 + \ln 1 = 0$ ومنه

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

(II)

(1) حساب نهايات الدالة f

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3}x^3 - 2x + 2 + x \ln x = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3}x^3 - 2x + 2 + x \ln x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{1}{3}x^2 - 2 + \frac{2}{x} + \ln x \right) = +\infty$$

(2) إثبات أن $f'(x) = g(x)$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $]0; +\infty[$ ودالتها المشتقة $f'(x)$ حيث

$$f'(x) = x^2 - 2 + \ln x + \frac{1}{x} \cdot x = x^2 - 2 + \ln x + 1$$

$$f'(x) = x^2 - 1 + \ln x = g(x)$$

إذن إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$

جدول تغيرات الدالة f

(3) تعيين دون حساب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$

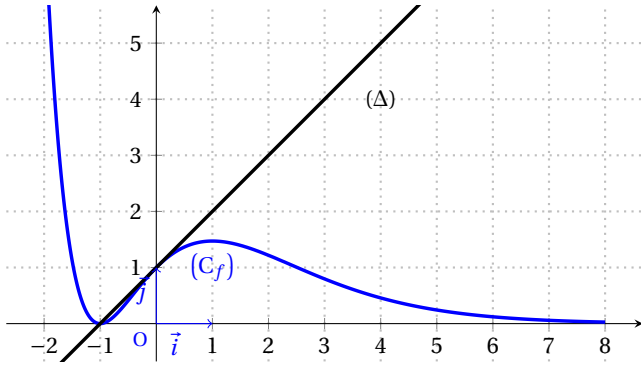
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) = g(0) = 1$$

التفسير الهندسي: الدالة f قابلة للإشتقاق عند 0 والمنحنى (C_f) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0

(4) كتابة معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة 0

$$(\Delta): y = f'(0)(x - 0) + f(0) = x + 1$$

الإنشاء



(5) المناقشة البيانية

- من أجل $m = 0$ يوجد حل سالب
- من أجل $m \in]0; 1[$ يوجد حلين سالبين و حل موجب
- من أجل $m \in]1; 4e^{-1}[$ يوجد حلين موجبين و حل سالب
- من أجل $m = 1$ يوجد حل سالب ، حل موجب و حل معدوم
- من أجل $m = 4e^{-1}$ يوجد حل موجب و حل سالب
- من أجل $m \in]4e^{-1}; +\infty[$ يوجد حل سالب

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	2	$\frac{1}{3}$	$+\infty$

تمارين الثالث :

الجزء الأول

(1) كتابة معادلة المماس (T)

معادلة مماس (T) من الشكل $y = a'x + b'$ حيث a' و b' عددين حقيقيين ولدينا: (T) يشمل النقطة $A(0, 1)$ ومنه $b' = 1$ ويشمل أيضا النقطة $B(1, 0)$ ومنه $a'(1) + 1 = 0$ أي $a' = -1$ ومنه (T): $y = -x + 1$

تعيين صور $g'(0), g(-1), g(0)$

لدينا من البيان: $g(0) = 1$ ، $g(-1) = 0$ و $g'(0) = -1$

(2) إثبات أن $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

لدينا: $g(0) = 1$ ومنه $(a + b(0)^2)e^{-0} = 1$ أي $a = 1$

ولدينا: $g(-1) = 0$ أي $(1 + b)e^{-1} = 0$ ومنه $1 + b = 0$ أي $b = -1$

ومنه $g(x) = (1 - x^2)e^{-x}$

إستنتاج إشارة $g(x)$

إشارة $g(x)$ من نفس إشارة $(1 - x^2)$ لأن $e^{-x} > 0$

(يمكن تعيين إشارة $g(x)$ من البيان)

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+	-

الجزء الأول

(1) حساب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + x)^2 e^{-x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + x)^2 e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} + \frac{x^2}{e^x} + \frac{2x}{e^x} = 0$$

ومنه المستقيم ذي المعادلة $y = 0$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$

(2) إثبات أن $f'(x) = g(x)$ وإستنتاج تغير الدالة f

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة $f'(x)$ حيث:

$$f'(x) = 2(x + 1)e^{-x} - e^{-x}(1 + x)^2 = (2x + 2)e^{-x} - e^{-x}(x^2 + 1 + 2x)$$

$$f'(x) = e^{-x}(2x + 2 - x^2 - 1 - 2x) = e^{-x}(1 - x^2) = g(x) \text{ ومنه}$$

ومنه إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-
$f(x)$	$+\infty$	0	$4e^{-1}$	0