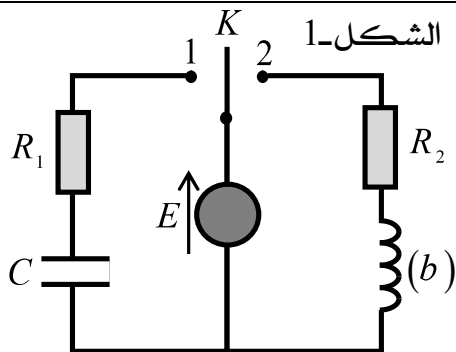


الأستاذ: إيديون.ع

الوحدة الثالثة:

سلسلة تمارين رقم: 02

تمرین رقم: 01



تحقق التركيب التجريبي الموضح في الشكل-1 و المكون من :
مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E .

٢٠٠٠ - مكثفة فارغة سعتها C.

- ناقلین اومیین مقاومتہ $R_1 = 2K \Omega$ و $R_2 = 35 \Omega$.

- وشيعة (b) ذاتيتها L ومقاومتها r .

- بادلته كهربائية K ، أسلاك التوصيل.

I - عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة K في الوضع (1).

1- بتطبيق قانون جمع التوترات ، جد المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة $q(t)$.

2- تقبل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$ حيث: A و B و α ثوابت، يطلب تعيين عبارتها بدلالة مميزات الدارة الكهربائية.

3- الدراسة التجريبية مكنتنا من رسم المنحى البياني $q = f(t)$ كما هو مبين في الشكل 2.

أ- بالاعتماد على المنحنى البياني جد قيمة الثابت α .

ب- احسب سعة المكثفة C.

جـ- أحسب القوة المحركة الكهربائية E للمولد.

4- عبر عن شدة التيار المار في الدارة الكهربائية i بدلالة شحنة

المكثفة q ، ثم أحسب شدة التيار الكهربائي في اللحظة $t = 4s$.

5- أحسب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 4s$.

II - عند لحظة زمنية نعتبرها كمبدأ جديد للأزمنة نؤرجح البادلة إلى الوضع (2)، ونتابع تغيرات التوتر u_b بين

طرفي الوشيعة (b) بدلالة الزمن t بواسطة رسم الاهتزاز ذو ذاكرة والذي يظهر على شاشته البيان الموضح في

الشكل-3.

1- بين على الدارة الكهربائية كيفية ربط راسم الاهتزاز لمشاهدة

المنحنى البياني $u_h = g(t)$ المبين في الشكل-3.

2- أ. حدد سلم محور تراتيب المنحنى $u_h = g(t)$.

بـ جد شدة التيار الكهربائي الأعظمى I_0 فى النظام الدائم.

3- بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$.

4. تقلل المعادلة التفاضلية السابقة حلا من الشكل

$i(t) = A \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$ حيث A و τ_2 ثابتين يطلب تعيين عبارتيهما

بدلالة مميزات الدارة .

بدلالة مميزات الدارة .

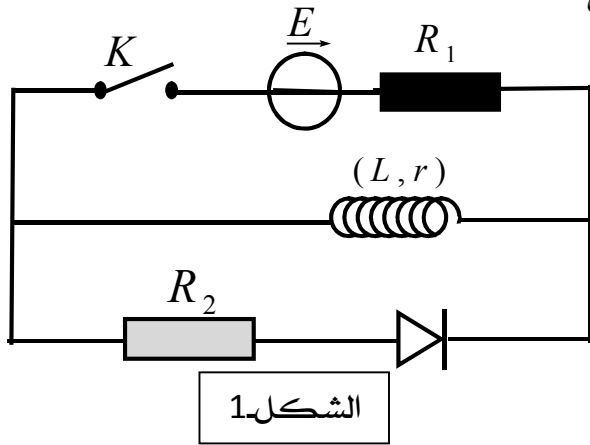
$$u_b(t) = \frac{rE}{R_o + r} + \frac{R_2 E}{R_o + r} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

5- أثبت أن عبارة التوتر $u_b(t)$ بين طرفي الوشيعه تكتب من الشكل:

6- برهن أن المماس للمنحى $u_h = h(t)$ عند اللحظة $t = 0$ يقطع المستقيم المقارب $u_h = u_h(\infty)$ في اللحظة $t = \tau_2$ ،

ثم حدد قيمة ثابت الزمن τ_2 . 7- حدد قيمة ذاتية الوشعة L ، ثم استنتج قيمة مقاومة الوشعة r .

8- برهن أن زمن وصول الطاقة المخزنة في الوشيعية إلى النصف هو: $t_{1/2} = \tau_2 \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \right)$.



ندرس سلوك وشيعة اتجاه تغير التيار الكهربائي فيها، فمن أجل ذلك نركب الدارة الموضحة في الشكل 1 والمكونة من :

- مولد توتر كهربائي قوته المحركة الكهربائية ثابتة $E = 12V$.

- ناقلان أوميان مقاوماتهما $R_1 = 220\Omega$ ، $R_2 = 100\Omega$.

- وشيعة مقاومتها r وذاتيتها L .

- صمام ثنائي وقاطعة K وأسلاك توصيل.

(I) - عند $t = 0$ نغلق القاطعة K :

1- أعد رسم جزء من الدارة المدروسة مع تمثيل الجهة الاصطلاحية للتيار الكهربائي وجهة والتوتر الكهربائي بين طرفي كل عنصر كهربائي.

2- أ- اكتب المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 .

ب- بين أن $u_{R_1}(t) = \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} \left(1 - e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} \right)$ حلا للمعادلة التفاضلية.

3- أ- ما هو سلوك الوشيعة في النظام الدائم؟

ب- استنتج عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 في النظام الدائم بدلالة E و R_1 و r .

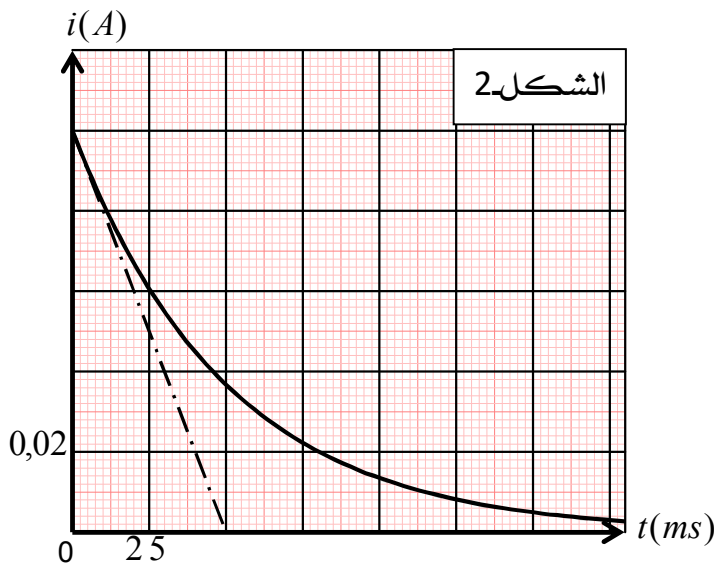
محذوف استثنائيا هذه السنة

(II) - نفتح القاطعة K في لحظة نعتبرها $t = 0$: الدراسة التجريبية مكنتنا من تمثيل منحني تغيرات شدة

التيار الكهربائي بدلالة الزمن $i = f(t)$ الموضح في الشكل 2:

1- أ- بين أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار في الدارة تكتب بالشكل : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = 0$

حيث : τ ثابت الزمن.



ب- إن حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$

- عبر عن الثابت A بدلالة ثوابت الدارة.

2- أ- اعتمادا على البيان جد قيمة كل من :

- المقاومة الداخلية للوشيعة r .

- ذاتية الوشيعة L .

3- أ- اكتب العبارة الزمنية للطاقة في الوشيعة.

ب- احسب قيمتها لما $t = 0ms$ و $t = 2,5ms$.

حل التمرين رقم: 01

1. المعادلة التفاضلية لتطور شحنة المكثفة $q(t)$

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_c(t) + u_{R_1}(t) = E$ ولدينا:

$$\begin{cases} u_c(t) = \frac{q(t)}{C} \\ u_{R_1}(t) = R_1 i(t) = R_1 \frac{dq(t)}{dt} \end{cases}$$

ومنه: $R_1 \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$ وبقسمة طرفي المساواة على R_1 نجد:

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{R_1 C} = \frac{E}{R_1}$$

2. عبارة الثوابت A و B وبدلالة مميزات الدارة الكهربائية.

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{1}{\alpha} A e^{-\frac{t}{\alpha}}$ ، نعوض الحل والمشتقة في المعادلة التفاضلية:

$$\left(-\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{R_1 C}\right) A e^{-\frac{t}{\alpha}} + \frac{1}{R_1 C} B - \frac{E}{R_1} = 0 \text{ ومنه: } -\frac{1}{\alpha} A e^{-\frac{t}{\alpha}} + \frac{1}{R_1 C} A e^{-\frac{t}{\alpha}} + \frac{1}{R_1 C} B - \frac{E}{R_1} = 0$$

حيث: $\begin{cases} -\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{R_1 C} = 0 \\ \frac{1}{R_1 C} B - \frac{E}{R_1} = 0 \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{R_1 C} \\ \frac{1}{R_1 C} B = \frac{E}{R_1} \end{cases}$ إذن: $\begin{cases} \alpha = R_1 C \\ B = CE \end{cases}$

من الشروط الابتدائية ($t = 0$) نجد: $q(0) = A e^0 + B = 0$ ومنه $A = -B$ ومنه $A + B = 0$ ومنه:

$B = -CE$ تصبح عبارة الحل: $q(t) = q_{\max} \left(1 - e^{-\frac{t}{R_1 C}}\right)$ حيث $q_{\max} = CE$.

3. إيجاد قيمة الثابت α .

مما سبق الثابت α يمثل ثابت الزمن τ_1 وبالاكتفاء على البيان نجد: $\tau_1 = 2s$

ب. إيجاد سعة المكثفة C .

لدينا: $\tau_1 = R_1 C$ ومنه: $C = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{2}{2 \times 10^3}$ إذن: $C = 10^{-3} F = 1mF$

ج. إيجاد قيمة القوة المحركة الكهربائية E للمولد.

لدينا: $q_{\max} = CE$ ومنه: $E = \frac{q_{\max}}{C} = \frac{9 \times 10^{-3}}{10^{-3}}$ إذن: $E = 9V$

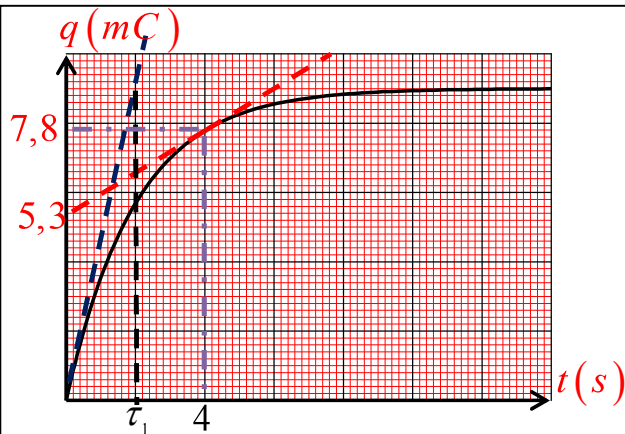
4. عبارة شدة التيار i بدلالة شحنة المكثفة q ، ثم حساب شدة التيار عند اللحظة $t = 4s$.

$i = \frac{dq}{dt}$ ، شدة التيار تمثل معامل توجيه المماس للمنحنى البياني $q = f(t)$.

حساب قيمته عند اللحظة $t = 4s$.

$$i = \frac{dq}{dt} \Big|_{t=4s} = \frac{(7,8 - 5,3) \times 10^{-3}}{4 - 0}$$

$$i = 6,25 \times 10^{-4} A$$



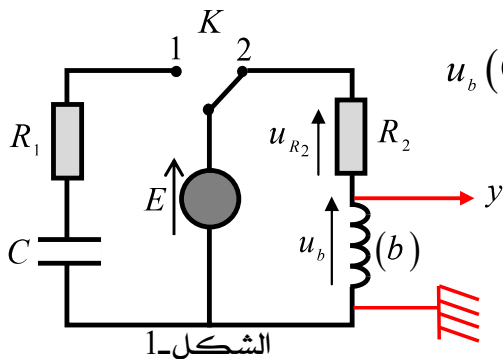
5- حساب قيمة الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 4s$

لدينا: $E_c(t) = \frac{1}{2} C u_c(t)^2$ حيث: $u_c(t) = \frac{q(t)}{C}$

ومنه: $E_c(4s) = \frac{1}{2} \frac{q(4s)^2}{C}$ حيث: $E_c(4s) = \frac{1}{2} \frac{(7,8 \times 10^{-3})^2}{C}$

ومنه: $E_c(4s) = 0,122J$

II- 1- تبيان على الدارة كيفية ربط راسم الاهتزاز لمشاهدة التوتربين طرفي الوشيعة $u_b(t)$.



2- أ- تحديد سلم محور تراتيب المنحنى $u_b = g(t)$.

من قانون جمع التوترات عند اللحظة $t = 0$: $u_b(0) + u_{R_2}(0) = E$

ومنه: $u_b(0) = E$ حيث: $u_{R_1}(0) = 0$ لأن: $i(0) = 0$

اذن: $u_b(0) = E = 9V$ من البيان: $9V \rightarrow 4,5cm$

ومنه: $1cm \rightarrow 2V$

ب- ايجاد شدة التيار الكهربائي I_0 في النظام الدائم.

عند بلوغ النظام الدائم يكون: $E = u_b(\max) + u_{R_2}(\max)$ ومنه: $u_{R_2}(\max) = E - u_b(\max)$

$u_{R_2}(\max) = R_2 I_0$

ومنه: $I_0 = \frac{E - u_b(\max)}{R_2} = \frac{9 - 2}{35}$ اذن: $I_0 = 0,2A$

3- ايجاد المعادلة التفاضلية للتيار $i(t)$.

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_b(t) + u_{R_2}(t) = E$ حيث: $\begin{cases} u_b(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t) \\ u_{R_2}(t) = R_2 i \end{cases}$

ومنه: $L \frac{di(t)}{dt} + (R_2 + r)i = E$ بالقسمة على L نجد: $\frac{di(t)}{dt} + \frac{(R_2 + r)}{L} i = \frac{E}{L}$

4- ايجاد عبارة الثابتين A و τ_2 بدلالة مميزات الدارة.

باشتقاق عبارة الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{di(t)}{dt} = \frac{A}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ ، نعوض الحل والمشتقة في المعادلة التفاضلية:

$\frac{A}{\tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} - \frac{(R_2 + r)}{L} A e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{(R_2 + r)}{L} A - \frac{E}{L} = 0$

ومنه: $\begin{cases} \frac{1}{\tau_2} - \frac{(R_2 + r)}{L} = 0 \left(A e^{-\frac{t}{\tau_2}} \neq 0 \right) \\ \frac{(R_2 + r)}{L} A - \frac{E}{L} = 0 \end{cases}$ حيث: $\left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{(R_2 + r)}{L} \right) A e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{(R_2 + r)}{L} A - \frac{E}{L} = 0$

تصبح عبارة شدة التيار الكهربائي: $i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R_2 + r}{L} t} \right)$ حيث $I_0 = \frac{E}{R_2 + r}$

ومنه: $\begin{cases} \tau_2 = \frac{L}{R_2 + r} \\ A = \frac{E}{R_2 + r} \end{cases}$

5- أثبت أن عبارة التوتر $u_b(t)$ بين طرفي الوشيعية تكتب من الشكل: $u_b(t) = \frac{rE}{R_2 + r} + \frac{R_2 E}{R_2 + r} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$

لدينا: $i(t) = \frac{E}{R_2 + r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)$ بالاشتقاق: $\frac{di(t)}{dt} = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ ولدينا: $u_b(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t)$

ومنه:

$$u_b(t) = L \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{rE}{R_2 + r} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) = E e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{rE}{R_2 + r} - \frac{rE}{R_2 + r} e^{-\frac{t}{\tau_2}} = \frac{rE}{R_2 + r} + \left(E - \frac{rE}{R_2 + r}\right) e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

$$u_b(t) = \frac{rE}{R_2 + r} + \frac{R_2 E}{R_2 + r} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad \text{ومنه} \quad u_b(t) = \frac{rE}{R_2 + r} + \left(E \left(\frac{R_2 + r}{R_2 + r}\right) - \frac{rE}{R_2 + r}\right) e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

6- برهن أن المماس للمنحنى $u_b = h(t)$ عند اللحظة $t = 0$ يقطع المستقيم المقارب $u_b = u_b(\infty)$ في اللحظة $t = \tau_2$ ، ثم حدد قيمة ثابت الزمن τ_2 .

المماس عبارة عن خط مستقيم معادلته: $u_b = at + b$ ، عند اللحظة $t = 0$: $u_b = b = E$ ، معامل توجيه

$$u_b = -\frac{R_2 E}{(R_2 + r) \tau_2} t + E \quad \text{ومنه} \quad a = \frac{du_b}{dt} \Big|_{t=0} = -\frac{R_2 E}{(R_2 + r) \tau_2}$$

$$u_b = \frac{rE}{R_2 + r} \quad \text{معادلة المستقيم المقارب} \quad u_b = u_b(\infty) \quad \text{عند اللحظة} \quad t \rightarrow \infty$$

$$-\frac{R_2}{(R_2 + r) \tau_2} t + 1 = \frac{r}{R_2 + r} \quad \text{ومنه} \quad -\frac{R_2 E}{(R_2 + r) \tau_2} t + E = \frac{rE}{R_2 + r}$$

$$\frac{R_2}{(R_2 + r) \tau_2} t = \frac{R_2}{R_2 + r} \quad \text{ومنه} \quad \frac{R_2}{(R_2 + r) \tau_2} t = -\frac{r}{R_2 + r} + 1 = -\frac{r}{R_2 + r} + \frac{R_2 + r}{R_2 + r}$$

$$\text{ومنه} \quad \frac{t}{\tau_2} = 1 \quad \text{اذن} \quad t = \tau_2 \quad \text{من البيان نجد} \quad \tau_2 = 2ms$$

7- جد قيمة ذاتية الوشيعية L ، ثم استنتج قيمة مقاومة الوشيعية r .

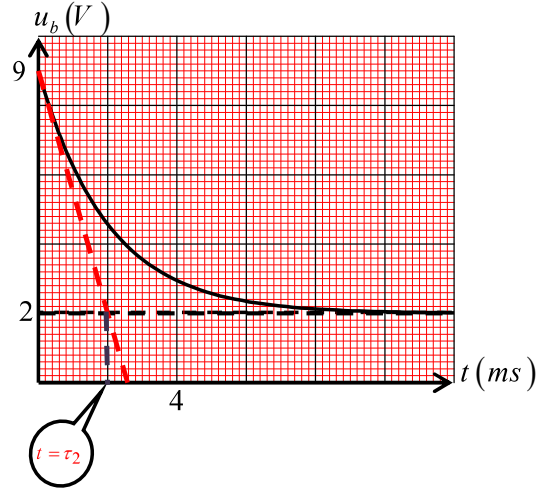
$$\frac{du_b}{dt} \Big|_{t=0} = -\frac{R_2 E}{(R_2 + r) \tau_2} = -\frac{R_2 E}{L} \quad \text{لدينا} \quad \frac{du_b}{dt} = \frac{rE}{R_2 + r} - \frac{R_2 E}{L} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \quad \text{عند اللحظة} \quad t = 0$$

$$\frac{du_b}{dt} \Big|_{t=0} = -\frac{9-2}{(0-2) \times 10^{-3}} = -3,5 \times 10^3 V.s^{-1} \quad \text{يمثل معامل توجيه المماس حيث} \quad \frac{du_b}{dt} \Big|_{t=0}$$

$$L = 90mH \quad \text{اذن} \quad L = \frac{R_2 E}{3,5 \times 10^3} = \frac{35 \times 9}{3,5 \times 10^3} \quad \text{ومنه} \quad -\frac{R_2 E}{L} = -3,5 \times 10^{-3} \quad \text{نجد} \quad (2) \text{ و} \quad (1) \text{ بالمطابقة بين العلاقة}$$

استنتاج قيمة r :

لدينا: $\tau_2 = \frac{L}{R_2 + r}$ ومنه: $r = \frac{L}{\tau_2} - R_2 = \frac{90 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} - 35 = 10 \Omega$ إذن: $r = 10 \Omega$



8- برهن أن زمن وصول الطاقة المخزنة في الوشيعية إلى النصف هو: $t_{1/2} = \tau_2 \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \right)$.

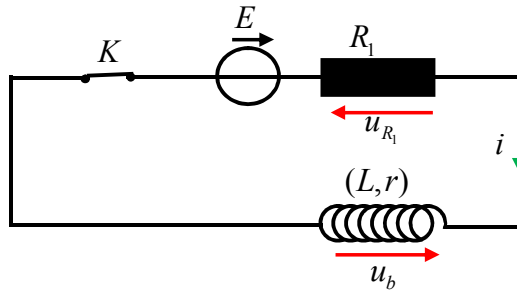
لدينا: $E_b = \frac{1}{2} L i^2$ ومنه: $E_b = \frac{1}{2} L I_0^2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)^2$ ومنه: $E_b = \frac{1}{2} L \left(I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \right)^2$ ومنه: $E_b = E_b(max) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)^2$ حيث: $E_b(max) = \frac{1}{2} L I_0^2$

عند اللحظة $t = t_{1/2}$: $E_b = \frac{E_b(max)}{2} = E_b(max) \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}} \right)^2$ ومنه: $\frac{1}{2} = \left(1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}} \right)^2$ ومنه: $\sqrt{\frac{1}{2}} = 1 - e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}$ ومنه: $1 - \sqrt{\frac{1}{2}} = e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}$ ومنه: $\ln \left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \right) = -\frac{t_{1/2}}{\tau_2}$ بالادخال $\ln$ على طرفي المساواة نجد: $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau_2}}$ ومنه: $\ln \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \right) = \frac{t_{1/2}}{\tau_2}$ إذن: $t_{1/2} = \tau_2 \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \right)$ وهو المطلوب.

حل التمرين رقم: 02

(I) عند $t = 0$ نغلق القاطعة K :

1- تمثيل الجهة الاصطلاحية للتيار الكهربائي وجهة والتوتر الكهربائي بين طرفي كل عنصر كهربائي:



2- أ- المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي R_1 :

لدينا حسب قانون جمع التوترات: $u_b(t) + u_{R_1}(t) = E$

ولدينا: $u_b(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t)$

ومنه: $L \frac{di(t)}{dt} + ri(t) + u_{R_1}(t) = E$

بضرب طرفي المساواة في (R_1) نجد: $L \frac{d(R_1 i(t))}{dt} + r(R_1 i(t)) + R_1 u_{R_1}(t) = R_1 E$

ومنه: $L \frac{du_{R_1}(t)}{dt} + (R_1 + r)u_{R_1}(t) = R_1 E$ ومنه: $L \frac{du_{R_1}(t)}{dt} + ru_{R_1}(t) + R_1 u_{R_1}(t) = R_1 E$

بالضرب في $\left(\frac{1}{L}\right)$ نجد: $\left(\frac{1}{L}\right) \left[L \frac{du_{R_1}(t)}{dt} + (R_1 + r)u_{R_1}(t) \right] = \frac{R_1}{L} E \dots (1)$ وهو المطلوب.

ب- تبيان أن $u_{R_1}(t) = \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} \left(1 - e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} \right)$ **حلا للمعادلة التفاضلية (1).**

نشتق الحل بالنسبة للزمن:

$$u_{R_1}(t) = \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} - \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t}$$

$$\frac{du_{R_1}}{dt} = \frac{R_1 E}{L} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t}$$

ونعوض الحل ومشتقه في المعادلة التفاضلية نجد (1):

$$\frac{R_1 E}{L} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} + \frac{R_1 + r}{L} \cdot \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} - \frac{R_1 + r}{L} \cdot \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} = \frac{E \cdot R_1}{L}$$

$$\frac{R_1 E}{L} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} + \frac{R_1 E}{L} - \frac{R_1 E}{L} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} = \frac{E \cdot R_1}{L}$$

$$\frac{R_1 E}{L} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} - \frac{R_1 E}{L} e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} = \frac{E \cdot R_1}{L} - \frac{R_1 E}{L}$$

$$0 = 0$$

إذا: $u_{R_1}(t) = \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} \left(1 - e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} \right)$ حل للمعادلة التفاضلية.

3- أ سلوك الوشيعية في النظام الدائم: الوشيعية تتصرف كناقل أومي لأن: $u_b(t) = ri(t)$

ب- استنتاج عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 في النظام الدائم بدلالة E و R_1 و r :

ومنه: $I_0 = \frac{E}{(R_1 + r)}$ $u_{R_1}(t) = \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} \left(1 - e^{-\frac{(R_1 + r)}{L} t} \right) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} \frac{R_1 E}{(R_1 + r)} = R_1 I_0$

(II) **1- أ تبيان أن المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار في الدارة تكتب بالشكل:** $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = 0$

حيث: τ ثابت الزمن.

لدينا حسب قانون جمع التوترات: $u_b(t) + u_{R_2}(t) = 0$

ولدينا: $u_{R_2}(t) = R_2 i(t)$ و $u_b(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t)$

ومنه: $L \frac{di(t)}{dt} + (R_2 + r)i(t) = 0$

بضرب طرفي المساواة في $\left(\frac{1}{L}\right)$ نجد: $\left(\frac{1}{L}\right) \frac{di(t)}{dt} + \frac{(R_2 + r)}{L} i(t) = 0 \dots (*)$ ، حيث: $\tau = \frac{L}{R_2 + r}$

ب- إن حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}}$

- باشتقاق الحل بالنسبة للزمن نجد: $\frac{di(t)}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

بتعويض الحل ومشتقه في المعادلة التفاضلية (*) وبعد التبسيط نجد: $A = I_0 = \frac{E}{(R_2 + r)}$

2- أ- إيجاد من البيان قيمة كل من :

- قيمة المقاومة الداخلية للوشية r :

من البيان وعند اللحظة $t = 0$ نجد: $I_0 = 0,1(A)$

$$r = \frac{E}{I_0} - R_2 \qquad r = \frac{12}{0,1} - 100 = 20 \Omega$$

- ذاتية الوشية L :

$$\tau = \frac{L}{R_2 + r} \qquad L = \tau \cdot (R_2 + r)$$

قيمة ثابت الزمن τ : هو فاصلة نقطة تقاطع المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ مع محور الفواصل من البيان نجد: $\tau = 5(ms)$

$$L = 5 \cdot 10^{-3} \cdot (20 + 100) = 0,6(mH)$$

3- أ- العبارة الزمنية للطاقة في الوشية .

لدينا: $E_b(t) = \frac{1}{2} L i(t)^2$ ولدينا: $i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ ومنه: $E_b(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$

ب- حساب قيمتها لما $t = 0ms$:

$$E_b(0) = \frac{1}{2} L I_0^2 e^0 = \frac{1}{2} L I_0^2 = \frac{1}{2} (0,6)(0,1)^2 = 3mJ$$

حساب قيمتها لما $t = 2,5ms$:

$$E_b(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 e^{-\frac{2(2,5)}{5}} = E_{b0} e^{-1} = 3e^{-1} = 1,1mJ$$